



ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε χαρτί Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί (το οποίο θα παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης). Εκεί θα σχεδιάσετε και όσα σχήματα / γραφήματα ζητούνται στο **Θεωρητικό Μέρος**.
2. Τα γραφήματα του **Πειραματικού Μέρους** θα τα σχεδιάσετε *κατά προτεραιότητα* στο μιλιμετρέ χαρτί που συνοδεύει τις εκφωνήσεις.
3. Οι αριθμητικές απαντήσεις στα υπόλοιπα ερωτήματα τόσο του **Θεωρητικού Μέρους** όσο και του **Πειραματικού** θα πρέπει *οπωσδήποτε* να συμπληρωθούν στο "Φύλλο Απαντήσεων" που θα σας δοθεί μαζί με τις εκφωνήσεις των θεμάτων.

Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ Α

A.1. Μια κιθάρα έχει έξι χορδές, καθεμιά από τις οποίες παράγει ήχο διαφορετικής συχνότητας. Τοποθετούμε ένα παλλόμενο διαπασών συχνότητας $f_{\Delta}=513$ Hz πάνω στην κιθάρα, όπως φαίνεται στο σχήμα, και διαπιστώνουμε πως μία από τις χορδές της παράγει ήχο συχνότητας ίσης με του διαπασών. Παρατηρώντας τη χορδή βλέπουμε ότι σε αυτήν σχηματίζονται τρεις κοιλίες.

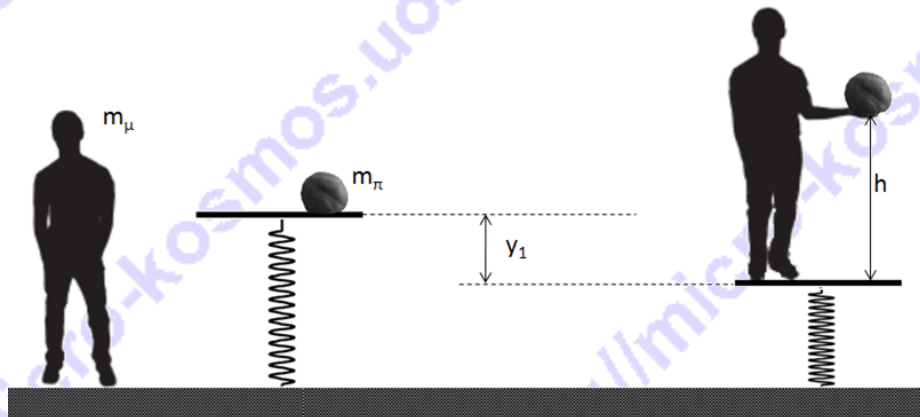


A.1.1. Υπολογίστε τη μικρότερη συχνότητα ταλάντωσης $f_{\min}$ της χορδής αυτής.

A.1.2. Εξηγήστε για ποιο λόγο μόνο μία από τις χορδές της κιθάρας επηρεάζεται από το διαπασών.

A.1.3. Αν το μήκος της χορδής μεταξύ των σημείων στήριξής της είναι 0,635 m, να υπολογίσετε την ταχύτητα v του τρέχοντος κύματος που δημιουργείται σε αυτή.

A.2. Αβαρές ελατήριο σταθεράς k στερεώνεται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο ελεύθερο άκρο του στερεώνεται αβαρής δίσκος με κατάλληλο τρόπο ώστε να παραμένει πάντα οριζόντιος. Πάνω στο δίσκο τοποθετούμε ένα σχετικά μεγάλο κομμάτι πλαστελίνης μάζας m_{π} και αφήνουμε το σύστημα να ισορροπήσει. Μαθητής μάζας m_{μ} ανεβαίνει πάνω στο δίσκο, προκαλώντας πρόσθετη συσπείρωση του ελατηρίου κατά y_1 . Ακολούθως ανασηκώνει αργά την πλαστελίνη και την κρατά σε ύψος h πάνω από το δίσκο. Κάποια στιγμή αφήνει την πλαστελίνη, οπότε ο ίδιος αρχίζει να ταλαντώνεται με πλάτος A_1 , ενώ οι τιμές των φυσικών μεγεθών είναι τέτοιες ώστε η πλαστελίνη να συναντά το δίσκο τη στιγμή που αυτός ολοκληρώνει μία ταλάντωση.





A.2.1. Να υπολογίσετε το λόγο h/y_1 .

A.2.2. Μετά την κρούση της πλαστελίνης με το δίσκο, το σύστημα ταλαντώνεται με πλάτος A_2 . Θεωρώντας την κρούση πλαστική, υπολογίστε το λόγο των πλατών ταλάντωσης A_2/A_1 .

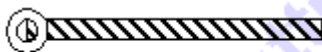
ΘΕΜΑ Β

Μία ομογενής ράβδος μήκους $L = 0,6 \text{ m}$ και μάζας $M = 3 \text{ kg}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της O . Αρχικά η ράβδος τοποθετείται όπως στο σχήμα και αφήνεται να περιστραφεί.



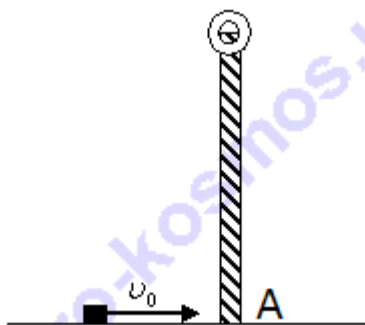
Σχήμα 1

B.1. Να βρεθεί η συνιστώσα ή οι συνιστώσες της δύναμης που ασκεί ο άξονας στη ράβδο όταν αυτή διέρχεται από οριζόντια θέση για πρώτη φορά (βλ. σχ. 2)



Σχήμα 2

B.2. Τη στιγμή που η ράβδος βρίσκεται στη θέση που εικονίζεται στο σχ. 3 σημειακό σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ που κινείται στο οριζόντιο δάπεδο, στο ίδιο επίπεδο κίνησης με τη ράβδο, προσκρούει στο κατώτερο σημείο της A και σφηνώνεται σε αυτή. Το συσσωμάτωμα μετά τη κρούση, διάρκειας $\Delta t = 0,001 \text{ s}$, παραμένει ακίνητο. Να βρεθεί η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον άξονα περιστροφής κατά τη διάρκεια της κρούσης.



Σχήμα 3



B.3. Πολλές φορές για να υπολογίσουμε κάποια κινηματικά μεγέθη (αρχική ή τελική γωνιακή ταχύτητα, όταν γνωρίζουμε την τελική ή την αρχική ταχύτητα ή ταχύτητες των σωμάτων) χρησιμοποιούμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής, η οποία ισχύει όταν η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών είναι μηδενική.

Στο Φύλλο Απαντήσεων να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις επόμενες προτάσεις ως Σωστή ή Λανθασμένη. Για όσες από αυτές θεωρείτε ότι έχουν λάθος (ή λάθη) να αιτιολογήσετε την άποψή σας.

i) Αυτό που συνήθως προκύπτει είναι ότι $\omega_{αρχ} \neq \omega_{τελ}$

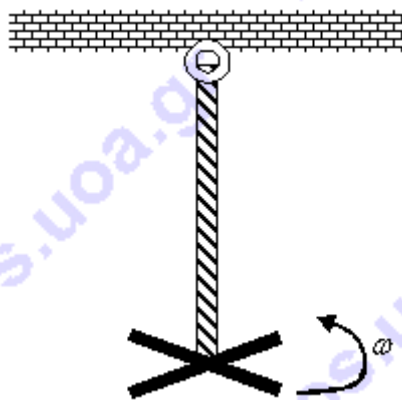
ii) Άρα, σε αυτό το χρονικό διάστημα υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, $\alpha_{γων} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

iii) Άρα, υπάρχει και εξωτερική ροπή.

iv) Άρα δε μπορεί να εφαρμοστεί η διατήρηση της στροφορμής επειδή αυτή, πολύ απλά, δε διατηρείται.

B.4. Προσαρτούμε τη ράβδο στην οροφή του Εργαστηρίου Φυσικής κατά τρόπο ώστε να είναι ελεύθερη να περιστρέφεται σε κάθε κατεύθυνση, για παράδειγμα είτε στο επίπεδο της σελίδας (δεξιά – αριστερά) είτε κάθετα σε αυτή (μέσα – έξω).

Ακολουθώντας την τοποθετούμε ακίνητη στην κατακόρυφη θέση, και στο κάτω άκρο της προσαρτούμε έναν πολύ απλό ανεμιστήρα, που αποτελείται από μερικές ράβδους που βρίσκονται σε οριζόντιο επίπεδο. Οι ράβδοι του ανεμιστήρα είναι πάντα κάθετες στη ράβδο. Περιστρέφουμε τον ανεμιστήρα με φορά αντίθετη των δεικτών του ωρολογίου, με αρκετά μεγάλη γωνιακή ταχύτητα όπως στο σχήμα.



Σχήμα 4

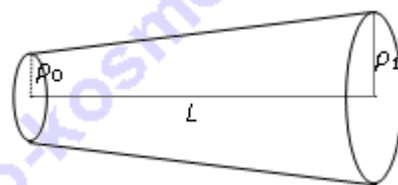
Με ένα σφυράκι χτυπάμε απότομα τη ράβδο σε κάποιο σημείο της, δηλαδή της ασκούμε οριζόντια δύναμη, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Προς ποια κατεύθυνση θα τείνει να κινηθεί το σύστημα ράβδου – ανεμιστήρα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το άκρο της $I = \frac{1}{3}ML^2$. Αγνοήστε τις τριβές και την αντίσταση του αέρα.

ΘΕΜΑ Γ

Σωλήνας έχει σχήμα κολουρού κώνου (κώνου από τον οποίο έχει αποκοπεί ένας μικρότερος κώνος). Οι βάσεις του είναι κύκλοι με ακτίνες ρ_o (η μικρή βάση) και ρ_1 (η μεγάλη βάση). Η απόσταση μεταξύ των βάσεων του είναι L . Υγρό



αμετάβλητης πυκνότητας εισέρχεται κάθετα στη μικρή βάση του σωλήνα με ταχύτητα v_o και εξέρχεται από τη μεγάλη βάση. Το υγρό εισέρχεται με μεγάλη ταχύτητα v_o , ώστε να ισχύει $v_o \gg \sqrt{2gL}$ (g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας). Υπολογίστε τη γωνία φ που πρέπει να σχηματίζει ο άξονας του σωλήνα με το οριζόντιο επίπεδο, ώστε το υγρό να κινείται κατά μήκος του σωλήνα με σταθερή πίεση.

Γνωστές θεωρούνται οι ποσότητες ρ_o , ρ_1 , L , v_o και g . Επίσης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την προσέγγιση $(1+x)^a \cong 1+ax$, που ισχύει όταν η ποσότητα x είναι μικρή ($x \ll 1$).

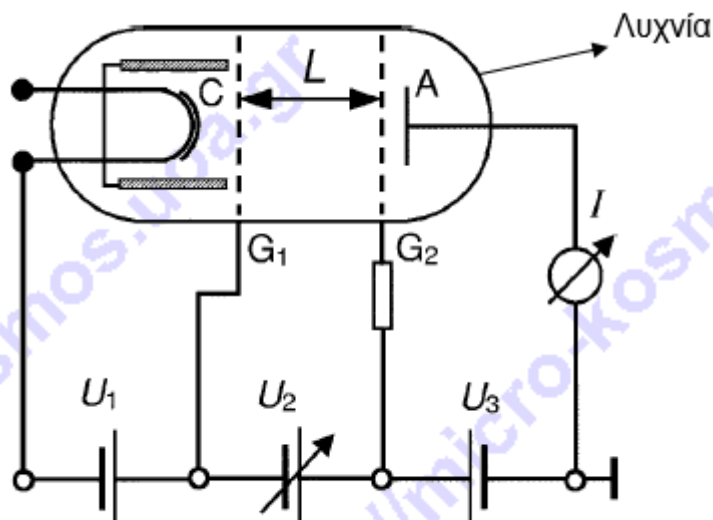
Πειραματικό Μέρος

ΘΕΜΑ Δ

Το 1913 ο N. Bohr πρότεινε το φερώνυμο μοντέλο για το άτομο του υδρογόνου, η βασική καινοτομία του οποίου ήταν η πρόβλεψη διακριτών ενεργειακών σταθμών. Η πρώτη άμεση πειραματική επιβεβαίωση αυτής της πρότασης του Bohr ήταν το πείραμα των Frank και Hertz που έγινε ένα χρόνο αργότερα το 1914, εργασία για την οποία τιμήθηκαν με το βραβείο Nobel του 1925.

Το βασικό τμήμα της διάταξής τους, μια απλοποιημένη εκδοχή της οποίας φαίνεται στο Σχήμα 1, ήταν μια λυχνία η οποία χωριζόταν σε τρία μέρη με τη βοήθεια των πλεγμάτων G_1 και G_2 και περιείχε αέριο Hg σε χαμηλή πίεση.

Αριστερά του G_1 υπήρχε μια θερμαινόμενη κάθοδος (C) από την



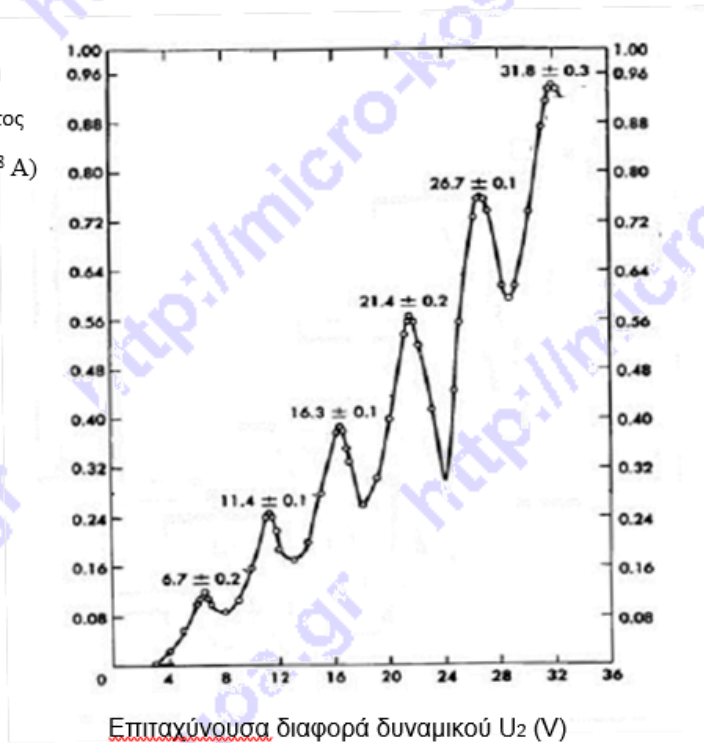
Σχήμα 1: Η διάταξη για το πείραμα των Frank-Hertz



οποία εκπέμπονταν ηλεκτρόνια. Μεταξύ της καθόδου και του πλέγματος G_1 υπήρχε μια πρώτη διαφορά δυναμικού που ήταν δυνατό να μεταβάλλεται (αλλά στο δικό μας πειραματισμό θα θεωρήσουμε ότι είναι σταθερή και πολύ μικρή). Αυτό είχε ως συνέπεια τα ηλεκτρόνια να έχουν αμελητέα ενέργεια αμέσως μετά το πλέγμα G_1 . Ο χώρος μεταξύ των πλεγμάτων G_1 και G_2 αποτελούσε το κύριο μέρος της λυχνίας, στο οποίο επιταχύνονταν τα ηλεκτρόνια από μια μικρή διαφορά δυναμικού, και στο οποίο γινόταν η αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων με τα άτομα Hg που βρίσκονταν σε αέρια κατάσταση. Τέλος, δεξιά του πλέγματος G_2 επικρατούσε ένα επιβραδυντικό, για τα ηλεκτρόνια, πεδίο. Το πείραμα αποσκοπούσε στην καταγραφή του ρεύματος των ηλεκτρονίων που έφθαναν στην άνοδο A, ως συνάρτηση της διαφοράς δυναμικού U_2 , που, στο πείραμα που θα περιγράψουμε είναι η μόνη που μεταβάλλεται. Στο διάγραμμα του Σχήματος 2 φαίνεται μια καμπύλη από την εκτέλεση ενός τέτοιου πειράματος. Σε αυτό το διάγραμμα σημειώνονται οι τιμές της επιταχύνουσας διαφοράς

δυναμικού U_2 για τις οποίες έχουμε τα διαδοχικά τοπικά μέγιστα της έντασης του ρεύματος I ως συνάρτηση της διαφοράς δυναμικού U_2 . Σκοπός μας είναι να εξηγήσουμε την παρουσία αυτών των μεγίστων, να δείξουμε πώς αυτά τα μέγιστα επιβεβαιώνουν την ύπαρξη διακριτών ενεργειακών σταθμών στο άτομο του Hg, και να υπολογίσουμε μια ενέργεια διέγερσης του ατόμου του Hg.

Ένταση
Ρεύματος
 $I (\times 10^{-8} \text{ A})$



Σχήμα 2: Το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια U_2 .

Δ.1. Εξηγήστε γιατί από το διάγραμμα φαίνεται να μην έχουμε ρεύμα κάτω από μια ορισμένη τιμή της διαφοράς δυναμικού U_2 . Εκτιμήστε από το διάγραμμα την τιμή της διαφοράς δυναμικού U_3 .



Στο Φύλλο Απαντήσεων συμπληρώστε τις δύο πρώτες στήλες του Πίνακα 1, βασιζόμενοι στην γραφική παράσταση του Σχήματος 2, με τις τιμές της επιταχύνουσας διαφοράς δυναμικού $(U_2)_i$ για τις οποίες έχουμε τοπικά μέγιστα στην ένταση του ρεύματος, και τις διαφορές $(U_2)_{i+1} - (U_2)_i$ μεταξύ των διαδοχικών τιμών της πρώτης στήλης. (Αγνοήστε τις αβεβαιότητες στις τιμές των U_2 που σημειώνονται στο διάγραμμα).

$(U_2)_i$ (Volt)	$(U_2)_{i+1} - (U_2)_i$ (Volt)	E (eV)

Πίνακας 1

Δ.2. Η ερμηνεία που έδωσαν οι Frank και Hertz στα δεδομένα τους ήταν ότι:

α) Όσο η ενέργεια των ηλεκτρονίων είναι διαφορετική από μια κρίσιμη τιμή τα ηλεκτρόνια υφίστανται μια σχεδόν ελαστική κρούση με τα άτομα Hg.

β) Για ορισμένες κρίσιμες τιμές ενέργειας, τα ηλεκτρόνια αλληλεπιδρούν με μη ελαστικό τρόπο με τα άτομα Hg με αποτέλεσμα η ενέργειά τους πρακτικά να μηδενίζεται μετά την αλληλεπίδραση με τα άτομα Hg που διεγείρονται. Οι Frank και Hertz κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι κρίσιμες αυτές τιμές ενέργειας αντιστοιχούσαν σε μια διέγερση του ατόμου του Hg, την $E_1=4,9$ eV, και ότι πρακτικά στη διάταξή τους δεν συνέβαιναν άλλες διεγέρσεις των ατόμων του Hg.

Δείξτε ότι το συμπέρασμα (α) είναι συμβατό με τους νόμους της κλασικής φυσικής θεωρώντας μια κεντρική και ελαστική κρούση μεταξύ των κινούμενων ηλεκτρονίων και των ατόμων Hg (που θεωρούμε ότι είναι ακίνητα). Ξεκινήστε αποδεικνύοντας ότι στην περίπτωση αυτή η απώλεια ενέργειας των ηλεκτρονίων είναι ίση με:

$$|\Delta K_e| = \frac{4 \cdot K_e \cdot m \cdot M}{(m + M)^2}$$

όπου m και M είναι αντιστοίχως οι μάζες ηλεκτρονίου και ατόμου $^{201}_{80}\text{Hg}$, K_e η κινητική ενέργεια του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου και ΔK_e η μεταβολή της ενέργειας του ηλεκτρονίου.



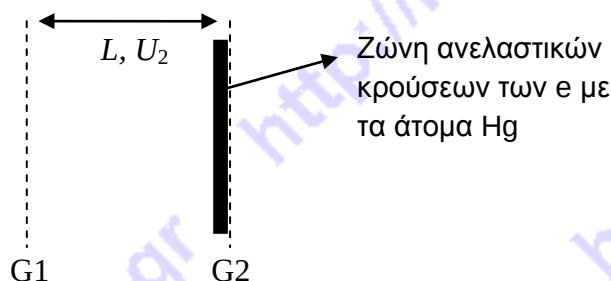
Στη συνέχεια εκτιμήστε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου μετά από μια τέτοια κρούση και δείξτε ότι είναι εξαιρετικά μικρό. Η μάζα του ηλεκτρονίου είναι 1836 φορές μικρότερη από τη μάζα του πρωτονίου.

Δ.3. Θεωρώντας ότι το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλεγμάτων G_1 και G_2 είναι ομογενές, και υποθέτοντας ότι τα ηλεκτρόνια (που φέρουν φορτίο e) εισέρχονται σε αυτή την περιοχή με σχεδόν μηδενική κινητική ενέργεια, δείξτε ότι η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση x από το πλέγμα G_1 σύμφωνα με τη σχέση:

$$K_x = \frac{U_2 \cdot e}{L} \cdot x$$

Δ.4.

Δ.4.1. Καθώς εκτελούμε το πείραμα, αυξάνοντας τη διαφορά δυναμικού U_2 ξεκινώντας από την τιμή των 0 V, κοντά στο πλέγμα G_2 τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια θα αποκτήσουν για πρώτη φορά την κρίσιμη τιμή ενέργειας E_1 που θα οδηγήσει στην διέγερση των ατόμων του Hg. Η ζώνη αυτή των ανελαστικών κρούσεων σημειώνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Η θέση της ζώνης μη ελαστικών κρούσεων των e με τα άτομα Hg.

Εξηγείστε γιατί η τιμή της έντασης του ρεύματος θα μειωθεί μόλις επιτευχθεί αυτή η κρίσιμη τιμή ενέργειας, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται το πρώτο ελάχιστο στη γραφική παράσταση του Σχήματος 2.

Δ.4.2. Αν συνεχίσουμε να αυξάνουμε την τιμή της διαφοράς δυναμικού U_2 , να δείξετε προς τα που μετατοπίζεται η ζώνη ανελαστικών κρούσεων των επιταχυνόμενων ηλεκτρονίων με τα άτομα του Hg, φτιάχνοντας ένα σχήμα ανάλογο του Σχήματος 3. Τι θα συμβεί στα



ηλεκτρόνια μετά την ανελαστική κρούση με τα άτομα του Hg και πώς εξηγείται το δεύτερο ελάχιστο της γραφικής παράστασης του Σχήματος 2;

Δ.4.3. Υπολογίστε τις ενέργειες σε eV που αντιστοιχούν στις διαφορές $(U_2)_{i+1} - (U_2)_i$ και συμπληρώστε την τρίτη στήλη του Πίνακα 1. Βρείτε την μέση τιμή $\bar{E}$ για την ενέργεια της διέγερσης ατόμων του Hg με βάση τις τιμές αυτής της στήλης.

Δ.4.4. Η τιμή των 4,9 eV για την ενέργεια διέγερσης των ατόμων Hg έχει υπολογιστεί από φασματοσκοπικά δεδομένα. Ποια είναι η % απόκλιση Π της τιμής που δίνει ως ενέργεια διέγερσης το πείραμα των Frank και Hertz από την ενέργεια που υπολογίζουμε με βάση το φάσμα των ατμών Hg;

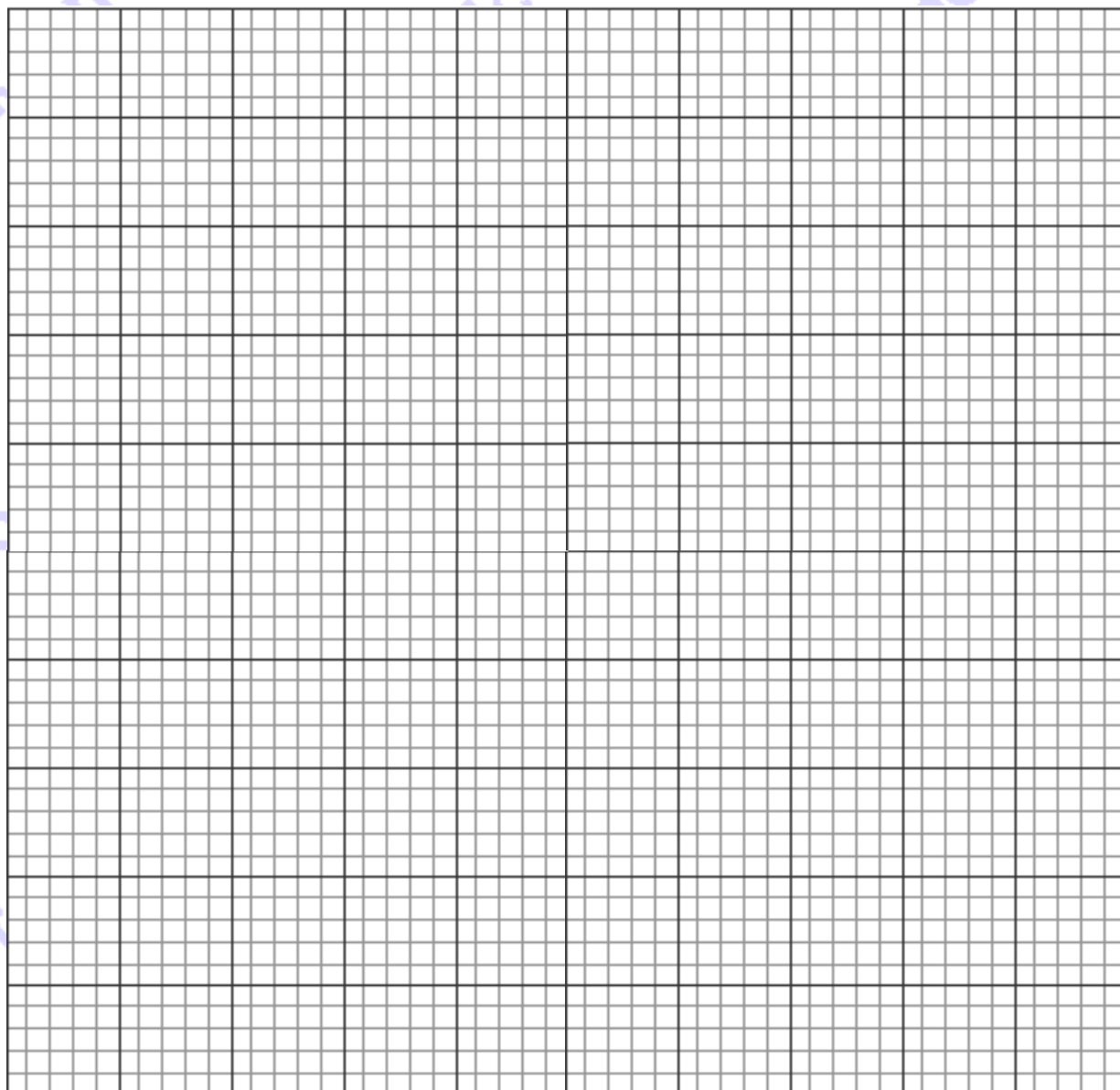
$$\text{Δίνεται } 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Καλή Επιτυχία



Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιτλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.





ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ
Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ Α

A.1.1. $f_{\min} = \dots\dots\dots$

A.1.2. Στο τετράδιό σας

A.1.3. $v = \dots\dots\dots$

A.2.1. $h/y_1 = \dots\dots\dots$

A.2.2. $A_2/A_1 = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ Β

B.1. Συνιστώσα ή συνιστώσες δύναμης: $\dots\dots\dots$

B.2. $F_x = \dots\dots\dots$

B.3. Πρόταση i) $\dots\dots\dots$

Πρόταση ii) $\dots\dots\dots$

Πρόταση iii) $\dots\dots\dots$

Πρόταση iv) $\dots\dots\dots$

Αιτιολόγηση άποψης: Στο τετράδιό σας

B.4. Κατεύθυνση κίνησης $\dots\dots\dots$

Αιτιολόγηση άποψης: Στο τετράδιό σας

ΘΕΜΑ Γ

Για τη γωνία φ ισχύει: $\dots\dots\dots$

--

Πειραματικό Μέρος

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1. Εξήγηση: Στο τετράδιό σας

$U_3 = \dots\dots\dots$

Συμπλήρωση δύο πρώτων στηλών πίνακα: 2^η σελίδα Φύλλου Απαντήσεων

Δ.2. Απόδειξη σχέσης απώλειας ενέργειας: Στο τετράδιό σας

Συμβατότητα συμπεράσματος (α) με κλασική φυσική: Στο τετράδιό σας

Ποσοστού μεταβολής ΔK_e : Στο τετράδιό σας

Δ.3. Απόδειξη σχέσης K_x : Στο τετράδιό σας

Δ.4.1. Εξήγηση: Στο τετράδιό σας

Δ.4.2. Στο τετράδιό σας

Δ.4.3. Συμπλήρωση τρίτης στήλης πίνακα: 2^η σελίδα Φύλλου Απαντήσεων

$\bar{E} = \dots\dots\dots$



Δ.4.4.Π=.....

$(U_2)_i$ (Volt)	$(U_2)_{i+1} - (U_2)_i$ (Volt)	E (eV)



Συνοπτικές Απαντήσεις

Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ Α

A.1.1. Δεδομένου ότι στη χορδή σχηματίζονται τρεις κοιλές και γνωρίζοντας ότι στα σημεία στήριξης έχουμε δεσμούς συμπεραίνουμε ότι το μήκος L της χορδής ισούται με $3\lambda/2$, όπου λ το μήκος κύματος που αντιστοιχεί σε συχνότητα f_Δ .

Δηλαδή

$$\lambda = 2L/3$$

Αρα, συμβολίζοντας με v την ταχύτητα του κύματος στη χορδή, θα ισχύει:

$$v = \lambda \cdot f_\Delta \Rightarrow v = 2L/3 \cdot f_\Delta$$

Η μικρότερη συχνότητα f_{min} της χορδής θα αντιστοιχεί στο μέγιστο μήκος κύματος λ_{max} , το οποίο προφανώς ισούται με $2 \cdot L$. Στην περίπτωση αυτή θα ισχύει:

$$v = \lambda_{max} \cdot f_{min} \Rightarrow v = 2 \cdot L \cdot f_{min}$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει:

$$2L/3 \cdot f_\Delta = 2 \cdot L \cdot f_{min} \Rightarrow 1/3 \cdot f_\Delta = f_{min}$$

$$\Rightarrow f_{min} = \frac{1}{3} \cdot 513 \text{ Hz} \Rightarrow f_{min} = 171 \text{ Hz}$$

A.1.2. Η χορδή που επηρεάζεται έχει ιδιοσυχνότητα ίδια (ή παραπλήσια) με τη συχνότητα του διαπασών, συνεπώς έχουμε φαινόμενο συντονισμού.

A.1.3. Από τη σχέση:

$$v = 2L/3 \cdot f_\Delta$$

του πρώτου ερωτήματος προκύπτει:

$$v = 2 \cdot \frac{0,635}{3} \cdot 513 \text{ m/s} \Rightarrow v \cong 217,2 \text{ m/s}$$

A.2.1. Η πρόσθετη συσπείρωση του ελατηρίου λόγω του βάρους του μαθητή είναι:

$$m_\mu \cdot g = k \cdot y_1 \Rightarrow y_1 = \frac{m_\mu \cdot g}{k}$$

Όταν ο μαθητής απελευθερώνει την πλαστελίνη έχει μηδενική ταχύτητα και η νέα θέση ισορροπίας του απέχει έστω y_2 , από την προηγούμενη. Για την απόσταση y_2 ισχύει:

$$m_\pi \cdot g = k \cdot y_2 \Rightarrow y_2 = \frac{m_\pi \cdot g}{k}$$

Δηλαδή ο μαθητής αρχίζει να ταλαντώνεται από ακραία θέση με πλάτος

$$A_1 = y_2$$

και περίοδο ταλάντωσης:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_\mu}{k}}$$

Σε χρόνο μιας περιόδου T η πλαστελίνη, που εκτελεί ελεύθερη πτώση, διανύει απόσταση:

$$h = \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g \cdot 4\pi^2 \frac{m_\mu}{k} \Rightarrow h = 2\pi^2 \frac{m_\mu g}{k}$$

Άρα ο ζητούμενος λόγος είναι:

$$\frac{h}{y_1} = \frac{2\pi^2 \frac{m_\mu g}{k}}{\frac{m_\mu \cdot g}{k}} \Rightarrow \frac{h}{y_1} = 2\pi^2$$



A.2.2. Τη στιγμή της κρούσης το σύστημα δίσκος-μαθητής βρίσκεται για δεύτερη φορά στην κάτω ακραία θέση, άρα έχει ταχύτητα 0, ενώ η πλαστελίνη έχει ταχύτητα $v_{τελ}$, το μέτρο της οποίας δίνεται από τη σχέση:

$$v_{τελ} = g \cdot T \Rightarrow v_{τελ} = g \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m_{\mu}}{k}}$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα V , για την οποία ισχύει:

$$V = \frac{m_{\pi} \cdot v_{τελ}}{m_{\pi} + m_{\mu}} \Rightarrow V = \frac{m_{\pi} \cdot v_{τελ}}{m_{\pi} + m_{\mu}}$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την ταλάντωση του συστήματος μετά την κρούση, έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(m_{\mu} + m_{\pi})V^2 &= \frac{1}{2}kA_2^2 \Rightarrow (m_{\mu} + m_{\pi})V^2 = kA_2^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow A_2 &= \sqrt{\frac{(m_{\mu} + m_{\pi})V^2}{k}} \Rightarrow A_2 = V \sqrt{\frac{(m_{\mu} + m_{\pi})}{k}} \end{aligned}$$

Από την έκφραση της V προκύπτει:

$$\begin{aligned} A_2 &= m_{\pi} \cdot v_{τελ} \sqrt{\frac{1}{k(m_{\mu} + m_{\pi})}} \Rightarrow A_2 = m_{\pi} \cdot g \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m_{\mu}}{k}} \sqrt{\frac{1}{k(m_{\mu} + m_{\pi})}} \\ \Rightarrow A_2 &= \frac{2\pi \cdot m_{\pi} \cdot g}{k} \cdot \sqrt{\frac{m_{\mu}}{(m_{\mu} + m_{\pi})}} \end{aligned}$$

Όπως αναφέρθηκε στο ερώτημα A.2.1. για το A_1 ισχύει:

$$A_1 = y_2 = \frac{m_{\pi} \cdot g}{k}$$

Συνεπώς ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\begin{aligned} \frac{A_2}{A_1} &= \frac{\frac{2\pi \cdot m_{\pi} \cdot g}{k} \cdot \sqrt{\frac{m_{\mu}}{(m_{\mu} + m_{\pi})}}}{\frac{m_{\pi} \cdot g}{k}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_{\mu}}{(m_{\mu} + m_{\pi})}} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Β

B.1. Χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας της ράβδου κατά τη μετακίνησή της από την ανώτερη στην οριζόντια θέση, ισχύει:

$$E_{\mu.αρχ.} = E_{\mu.τελ.} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 5\sqrt{2} \text{ rad/s.}$$

Επειδή το κέντρο μάζας της ομογενούς ράβδου βρίσκεται σε απόσταση $L/2$ από τον άξονα περιστροφής και εκτελεί κυκλική κίνηση, θα υπάρχει οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκεί ο άξονας στη ράβδο, οπότε σύμφωνα με τον τύπο της κεντρομόλου:

$$\Sigma F_r = F_x = M\omega^2 \frac{L}{2} = 45 \text{ N}$$

με κατεύθυνση προς αριστερά.

Σε ό,τι αφορά τον κατακόρυφο άξονα:



$$a_\gamma = \frac{\Sigma \tau}{I} = \frac{Mg \frac{L}{2}}{\frac{1}{3}ML^2} \Rightarrow a = 25 \text{ rad/s}^2.$$

Επομένως το κέντρο μάζας της ράβδου έχει μια επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω ίση με:

$$a_K = a_\gamma \frac{L}{2} \Rightarrow a_K = 7,5 \text{ m/s}^2$$

Από τη χρήση του 2^{ου} νόμου του Newton για την κίνηση του κέντρου μάζας στον κατακόρυφο άξονα:

$$\Sigma F_y = Ma_K \Rightarrow Mg - F_y = Ma_K \Rightarrow F_y = 7,5 N$$

με φορά προς τα πάνω.

B.2. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας κατά τη μετακίνηση της ράβδου από την ανώτερη στην κατώτερη θέση, έπεται:

$$E_{\mu.αρχ.} = E_{\mu.τελ.} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} = Mg \left(-\frac{L}{2} \right) + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{6g}{L}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}.$$

Επομένως το κέντρο μάζας της ράβδου έχει μια οριζόντια ταχύτητα προς τα αριστερά:

$$v_{c.m.} = \omega \frac{L}{2} \Rightarrow v_{c.m.} = 3 \text{ m/s}$$

Χρησιμοποιώντας τη διατήρηση της στροφορμής θα βρούμε τη v_0 , ώστε το συσσωμάτωμα ράβδου και σημειακού σώματος να ακινητοποιείται:

$$L_{\pi\pi\nu} = L_{\mu\epsilon\acute{\alpha}} \Rightarrow mv_0 L - I\omega = 0 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}.$$

Θα βρούμε πρώτα τη δύναμη που ασκείται από τη ράβδο στο σώμα:

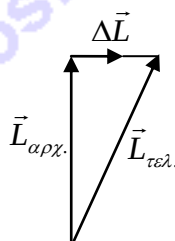
$$F' = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - mv_0}{\Delta t} = -6 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

Άρα το σώμα ασκεί στη ράβδο μια αντίδραση $F = 6 \cdot 10^3 \text{ N}$ με κατεύθυνση προς τα δεξιά. Αν χρησιμοποιήσουμε το 2^ο νόμο του Newton για τη μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας της ράβδου στον οριζόντιο άξονα, και αν συμβολίσουμε με F_x την οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκείται από τον άξονα, έχουμε:

$$\Sigma F_{x\rho\acute{\alpha}\beta\delta\omicron\nu} = \frac{\Delta p_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta\omicron\nu}}{\Delta t} \Rightarrow F + F_x = \frac{0 - M(-v_{c.m.})}{\Delta t} \Rightarrow F_x = 3 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

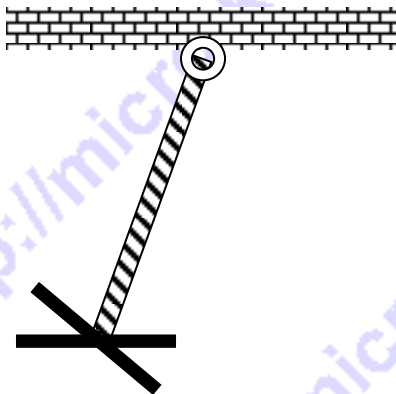
B.3. Λάθος πρόταση είναι η iii. Υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, εφόσον μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα, ωστόσο, στις περιπτώσεις που μεταβάλλεται η ροπή αδράνειας, ο τύπος $\Sigma \tau = I a_\gamma$ δεν ισχύει.

B.4. Η στροφορμή του συστήματος ράβδου – ανεμιστήρα είναι κατακόρυφη προς τα πάνω. Αν εμείς ασκήσουμε μια δύναμη στη ράβδο προς τα μέσα, τότε η ροπή αυτής της δύναμης ως προς το σημείο που το σχοινί προσδένεται στο ταβάνι είναι προς τα δεξιά, και με βάση και το 2^ο νόμο του Newton προς την ίδια κατεύθυνση είναι και το $\Delta \vec{L} = \vec{L}_{τελ.} - \vec{L}_{αρχ.}$. Από το σχήμα βλέπουμε ότι η τελική στροφορμή έχει στραφεί ως προς την αρχική:





δηλαδή, εμείς χτυπάμε με το σφυράκι τη ράβδο προς τα μέσα, από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, και το σύστημα στρέφεται προς τα αριστερά, δηλαδή όπως στο παρακάτω σχήμα:



ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε ένα τυχαίο σημείο Γ στον άξονα του σωλήνα. Έστω z η απόσταση του Γ από την αρχή του σωλήνα Β. Τότε το ύψος του Γ πάνω από το οριζόντιο επίπεδο είναι:

$$h = z \sin \varphi \quad (1).$$

Το εμβαδό της διατομής του σωλήνα στο Γ είναι A , ενώ στο Β είναι A_0 . Η ταχύτητα του υγρού στο Γ είναι v . Τότε από την εξίσωση της συνέχειας:

$$Av = A_0 v_0 \Rightarrow v = \frac{A_0}{A} v_0 \quad (2).$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli ανάμεσα στα σημεία Β και Γ και με το δεδομένο ότι η πίεση P πρέπει να παραμένει σταθερή, έχουμε:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + P = \frac{1}{2} \rho v_0^2 + P \Rightarrow v^2 + 2gh = v_0^2 \quad (3).$$

Συνδυάζοντας τις (2) και (3), έχουμε:

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_0}{A} v_0 \right)^2 + 2gh &= v_0^2 \Rightarrow \frac{A_0^2}{A^2} v_0^2 = v_0^2 - 2gh \Rightarrow \frac{A_0^2}{A^2} = \frac{v_0^2 - 2gh}{v_0^2} \Rightarrow \frac{A^2}{A_0^2} = \frac{v_0^2}{v_0^2 - 2gh} \\ \Rightarrow A^2 &= A_0^2 \frac{1}{1 - 2gh/v_0^2} \Rightarrow A = A_0 \left(1 - \frac{2gh}{v_0^2} \right)^{-1/2} \quad (4). \end{aligned}$$

Τα εμβαδά διατομής συνδέονται με τις ακτίνες των αντιστοίχων κύκλων:

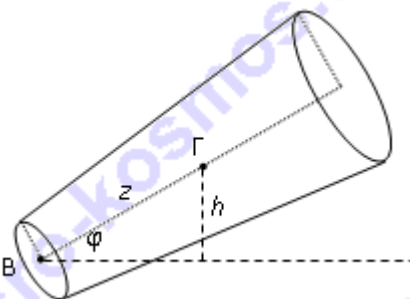
$$A_0 = \pi \rho_0^2 \quad (5) \quad \text{και} \quad A = \pi \rho^2 \quad (6).$$

Από τις (5) και (6), η (4) γίνεται:

$$\pi \rho^2 = \pi \rho_0^2 \left(1 - \frac{2gh}{v_0^2} \right)^{-1/2} \Rightarrow \rho = \rho_0 \left(1 - \frac{2gh}{v_0^2} \right)^{-1/4} \quad (7).$$

Η (7) είναι η συνθήκη που απαιτείται ώστε να υπάρχει σταθερή πίεση κατά μήκος του άξονα του σωλήνα.

Από την εκφώνηση του προβλήματος έχουμε ότι $v_0 \gg \sqrt{2gL}$, ενώ το ύψος h θα είναι πάντα μικρότερο από το μήκος L του σωλήνα, δηλαδή $h < L$. Έτσι:





$$v_0 \gg \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{\sqrt{2gh}}{v_0} \ll 1 \Rightarrow \frac{2gh}{v_0^2} \ll 1 \quad (8).$$

Χρησιμοποιώντας την τελευταία σχέση και την προσέγγιση της εκφώνησης, η (7) γίνεται:

$$\rho \cong \rho_0 \left[1 + \left(-\frac{1}{4} \right) \left(-\frac{2gh}{v_0^2} \right) \right] \Rightarrow \rho \cong \rho_0 \left(1 + \frac{gh}{2v_0^2} \right) \quad (9).$$

Η (9) με την (1) μας δίνει:

$$\rho \cong \rho_0 \left(1 + \frac{gz\eta\mu\phi}{2v_0^2} \right) \Rightarrow \rho \cong \rho_0 + \frac{\rho_0 g \eta \mu \phi}{2v_0^2} z \quad (10),$$

όπου ρ είναι η ακτίνα του σωλήνα σε απόσταση z από την αρχή Β.

Η (10) μας δίνει τη σχέση του ρ σε συνάρτηση με το z και είναι γραμμική. Η (10) αποδεικνύει ότι μπορούμε να έχουμε σταθερή πίεση κατά μήκος ενός κόλπου κώνου με την προϋπόθεση ότι ισχύει η προσέγγιση $v_0 \gg \sqrt{2gL}$.

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται μία τομή του κόλπου κώνου από ένα επίπεδο που διέρχεται από τον άξονά του. Η γραμμή Β'Γ' είναι **ευθεία**, όπου Γ' τυχαίο σημείο στην επιφάνεια του σωλήνα. Επομένως η σχέση ρ και z πρέπει να είναι **γραμμική**, δηλαδή για κάθε z πρέπει να ισχύει:

$$\rho = D + Cz \quad (11).$$

Αλλά για $z=0$, πρέπει να ισχύει $\rho=\rho_0$ και για $z=L$, πρέπει να ισχύει $\rho=\rho_1$. Έτσι υπολογίζουμε:

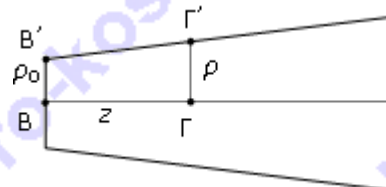
$$\rho_0 = D \quad (12) \quad \text{και} \quad \rho_1 = \rho_0 + CL \Rightarrow C = \frac{\rho_1 - \rho_0}{L} \quad (13).$$

Από τις (12) και (13), η (11) γίνεται:

$$\rho_1 = \rho_0 + \frac{\rho_1 - \rho_0}{L} z \quad (14).$$

Οι σχέσεις (13) και (14) πρέπει να ικανοποιούνται για κάθε z . Από την ισότητα του συντελεστή του z , θα έχουμε, επομένως:

$$\frac{\rho_0 g \eta \mu \phi}{2v_0^2} = \frac{\rho_1 - \rho_0}{L} \Rightarrow \eta \mu \phi = \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_0} \frac{2v_0^2}{gL} \Rightarrow \eta \mu \phi = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} - 1 \right) \frac{2v_0^2}{gL} \quad (15).$$



Πειραματικό Μέρος

ΘΕΜΑ Δ

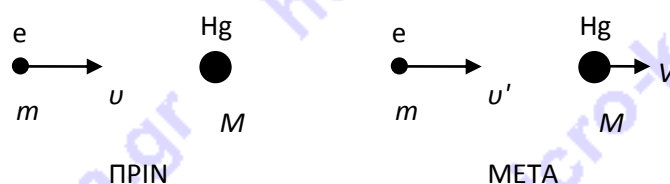
Δ.1. Θα πρέπει η U_2 που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια να γίνει μεγαλύτερη από την U_3 που εμποδίζει τα ηλεκτρόνια να φθάσουν στην άνοδο. Στο συγκεκριμένο πείραμα εκτιμούμε ότι $U_3 \approx 3V$.

Εύκολα συμπληρώνουμε τον Πίνακα όπως φαίνεται ακολούθως. Η τρίτη στήλη συμπληρώνεται σε επόμενο ερώτημα.



$(U_2)_i$ (Volt)	$(U_2)_{i+1} - (U_2)_i$ (Volt)	E (eV)
6,7		
11,4	$11,4 - 6,7 = 4,7$	4,7
16,3	$16,3 - 11,4 = 4,9$	4,9
21,4	$21,4 - 16,3 = 5,1$	5,1
26,7	$26,7 - 21,4 = 5,3$	5,3
31,8	$31,8 - 26,7 = 5,1$	5,1

Δ.2.



Με βάση τη διατήρηση της ορμής και με τους συμβολισμούς του σχήματος έχουμε:

$$m \cdot v = m \cdot v' + M \cdot V \Rightarrow m \cdot (v - v') = M \cdot V. \quad (1)$$

ενώ από τη διατήρηση της ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v'^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 \Rightarrow m \cdot (v^2 - v'^2) = M \cdot V^2 \Rightarrow m \cdot (v - v') \cdot (v + v') = M \cdot V^2. \quad (2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (2, 1) κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{m \cdot (v - v') \cdot (v + v')}{m \cdot (v - v')} = \frac{M \cdot V^2}{M \cdot V} \Rightarrow (v + v') = V.$$

και με αντικατάσταση στην (1) και πράξεις καταλήγουμε στην:

$$m \cdot (v - v') = M \cdot (v + v') \Rightarrow m \cdot v - m \cdot v' = M \cdot v + M \cdot v' \Rightarrow (m - M) \cdot v = (M + m) \cdot v' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = \frac{m - M}{m + M} \cdot v.$$



που είναι η ταχύτητα που έχει το ηλεκτρόνιο μετά την κρούση.

Η απώλεια κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου θα είναι:

$$\begin{aligned}\Delta K_e &= K' - K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\nu'^2 - \nu^2) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\left(\frac{m-M}{m+M} \right)^2 - 1 \right) \cdot \nu^2 = K \cdot \left(\frac{(m-M)^2 - (m+M)^2}{(m+M)^2} \right) = \\ &= K \cdot \frac{(m-M-m-M) \cdot (m-M+m+M)}{(m+M)^2} = K \cdot \frac{(-2 \cdot M) \cdot (2 \cdot m)}{(m+M)^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta K_e = -K \cdot \frac{4 \cdot M \cdot m}{(m+M)^2}.\end{aligned}$$

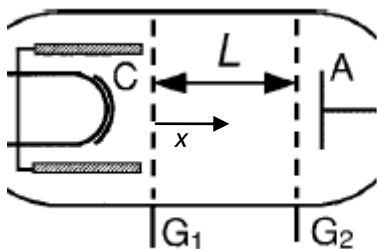
Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου που χάνεται είναι:

$$\Delta K_e = -K \cdot \frac{4 \cdot M \cdot m}{(m+M)^2} \Rightarrow \frac{|\Delta K_e|}{K} = \frac{4 \cdot M \cdot m}{(m+M)^2} = \frac{4 \cdot M \cdot m}{M^2 \cdot \left(\frac{m}{M} + 1 \right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{m}{M} + 1 \right)^2} \cdot \frac{4 \cdot m}{M}.$$

όμως καθώς $M \approx 200 \cdot m_p$, όπου m_p η μάζα του πρωτονίου, για την οποία ισχύει ότι $m_p \approx 1836 \cdot m_e$ θα έχουμε:

$$\frac{|\Delta K_e|}{K} \cdot 100 = \frac{1}{\left(\frac{m}{M} + 1 \right)^2} \cdot \frac{4 \cdot m}{M} \cdot 100 \approx \frac{4 \cdot m}{200 \cdot 1836 \cdot m} \cdot 100 \approx 0,001\%.$$

Δ.3. Με βάση το ακόλουθο σχήμα για την κινητική ενέργεια στη θέση x θα ισχύει:



$$K_x - K_1 = W_{F_{\text{ηλεκτρική}}} \Rightarrow K_x - 0 = E \cdot e \cdot x \Rightarrow K_x = \frac{U_2 \cdot e}{L} \cdot x.$$

Δ.4.1. Τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια θα αποκτούν την κρίσιμη τιμή ενέργειας που θα οδηγήσει στην διέγερση των ατόμων του Hg για πρώτη φορά κοντά στο πλέγμα G_2 . Αυτό θα έχει ως συνέπεια ένα σημαντικό ποσοστό των ηλεκτρονίων να αλληλεπιδράσουν με μη

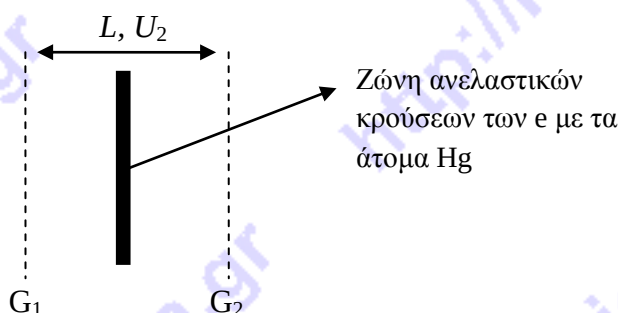


ελαστικό τρόπο με τα άτομα Hg, με αποτέλεσμα, μετά την ανελαστική κρούση, να έχουν ενέργεια ίση με το μηδέν. Δηλαδή δεν θα έχουν την απαραίτητη ενέργεια για να ξεπεράσουν το επιβραδύνον δυναμικό, άρα δεν θα φθάνουν στην άνοδο και για αυτό θα έχουμε μείωση της έντασης του παρατηρούμενου ρεύματος.

Δ.4.2. Καθώς αυξάνουμε την U_2 , τα ηλεκτρόνια θα αποκτούν την κρίσιμη τιμή ενέργειας ολόένα και πιο κοντά στο πλέγμα G_1 όπως φαίνεται από τη σχέση:

$$K_x = \frac{U_2 \cdot e}{L} \cdot x \Rightarrow x = \frac{L \cdot K_{critical}}{U_2 \cdot e}.$$

Σχηματικά



Σχήμα 3: Η μετατόπιση της θέσης της ζώνης μη ελαστικών κρούσεων των e με τα άτομα Hg με την αύξηση της U_2 .

Τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια αμέσως μετά την ανελαστική κρούση που θα τα αφήσει με μηδενική ενέργεια, θα επιταχυνθούν και πάλι. Αν μάλιστα αποκτήσουν για δεύτερη φορά την κρίσιμη τιμή ενέργειας τότε θα έχουμε δεύτερη ζώνη ανελαστικών κρούσεων που θα συνοδεύεται από την εμφάνιση δεύτερου ελαχίστου στην ένταση του ρεύματος. Με αυτόν τον τρόπο, και αυξάνοντας την τιμή της U_2 μπορούμε να έχουμε διαδοχικά ελάχιστα στο ρεύμα.

Δ.4.3. Η τρίτη στήλη του Πίνακα 1 είναι συμπληρωμένη στην απάντηση του ερωτήματος 1. Για την μέση τιμή έχουμε:

$$\bar{E} = \frac{4,7 + 4,9 + 5,1 + 5,3 + 5,1}{5} \Rightarrow \bar{E} = 5,02 \text{ eV}$$

Δ.4.4. $\Pi = \frac{5,02 - 4,9}{4,9} \cdot 100 = 2,4\%.$