

**Α΄ Λυκείου**

**19 Μαρτίου 2005**

**Θεωρητικό Μέρος**

**Θέμα 1°**

- A.** Ο Αλέξης και η Χρύσα σκαρφάλωσαν σε ένα λόφο που είχε κλίση  $30^\circ$ . Επιβιβάστηκαν σε ένα έλκηθρο, και άρχισαν να κατεβαίνουν την πλαγιά του λόφου. Θεωρείστε ότι η πλαγιά είναι λεία και προσδιορίστε την επιτάχυνσή τους.

Να συμπληρωθεί ο πίνακας ταχύτητας-χρόνου για την κάθοδο του Αλέξη και της Χρύσας στην πλαγιά.

Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα επιτάχυνσης-χρόνου, ταχύτητας-χρόνου και μετατόπισης-χρόνου, για τα τρία πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης. Δίνεται  $g=10 \text{ m/s}^2$ . (Μονάδες 7)

χρόνος (s)	ταχύτητα (m/s)
0,0	0
0,5	
1,0	
1,5	
2,0	
2,5	
3,0	

- B.** Ένα αντικείμενο  $4 \text{ kg}$  κινείται σε λεία επιφάνεια με σταθερή ταχύτητα  $2 \text{ m/s}$ . Το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που είναι αναγκαία για να διατηρηθεί αυτή η κατάσταση κίνησης είναι:

α.  $0 \text{ N}$

β.  $0,5 \text{ N}$

γ.  $2 \text{ N}$

δ.  $8 \text{ N}$

ε. ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας.

Αιτιολογήστε σύντομα την επιλογή σας. (Μονάδες 2)

- Γ.** Ο Γιάννης ταξιδεύει στον αυτοκινητόδρομο και ένα έντομο αυτοκτονεί πιτσιλίζοντας το παρμπρίζ του αυτοκινήτου του. Ποιος ασκεί δύναμη με μεγαλύτερο μέτρο;

α. Το έντομο στο παρμπρίζ.

β. Το παρμπρίζ στο έντομο.

γ. Και οι δύο δυνάμεις έχουν το ίδιο μέτρο.

Αιτιολογήστε σύντομα την επιλογή σας. (Μονάδες 2)

- Δ.** Ένας κλόουν, που έχει μάζα  $75 \text{ kg}$  και στέκεται ακίνητος στον πάγο, πιάνει μια μπάλα μάζας  $25 \text{ kg}$  τη στιγμή που αυτή κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $18 \text{ km/h}$ . Ο κλόουν πιάνει την μπάλα και γλιστράει πάνω στον πάγο. Με ποια ταχύτητα κινείται ο κλόουν (και η μπάλα) πάνω στον πάγο μετά το πιάσιμο της μπάλας; Να εξηγήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

- E.** Μια δύναμη  $15 \text{ N}$  ασκείται σε ένα αντικείμενο με κατεύθυνση ανατολικά, για  $3 \text{ s}$ . Ποια θα είναι η μεταβολή της ορμής του αντικειμένου;

α.  $45 \text{ kg m/s}$ , με κατεύθυνση ανατολικά.

β.  $45 \text{ kg m/s}$ , με κατεύθυνση δυτικά.

γ.  $5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ , με κατεύθυνση ανατολικά.

δ.  $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ , με κατεύθυνση δυτικά.

Αιτιολογείστε σύντομα την επιλογή σας.

(Μονάδες 2)

**ΣΤ.** Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ένα κανόνι και σε απόσταση  $L=1000 \text{ m}$  από αυτό ένας στόχος. Κάποια χρονική στιγμή το κανόνι ρίχνει με κατάλληλη ταχύτητα και με κατάλληλη γωνία βλήμα ώστε να πετύχει τον στόχο. Να βρεθεί η απόσταση του κανονιού με το στόχο τη στιγμή που το βλήμα τον συναντά. Δίδεται ότι η μάζα  $M$  του κανονιού είναι 1000 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα  $m$  του βλήματος. Οι διαστάσεις του κανονιού, του βλήματος και του στόχου, καθώς και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται ασήμαντες.

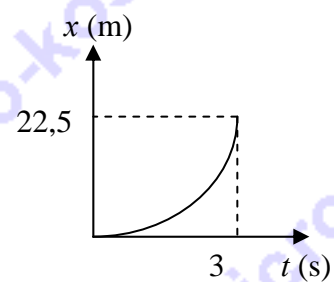
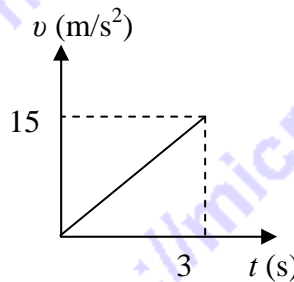
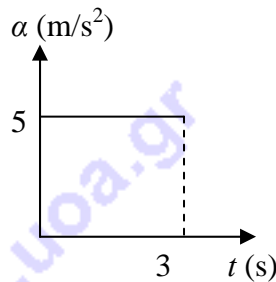
(Μονάδες 6)

### Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

**A.**

Η επιτάχυνση θα είναι  $a=g\eta\mu\phi$  οπότε:  $a=5\text{m/s}^2$ .

$t$	$u$
0	0
0,5	2,5
1,0	5,0
1,5	7,5
2,0	10
2,5	12,5
3,0	15



**B.**

Σωστή είναι η α. Από τον Α νόμο του Νεύτωνα.

**Γ.**

Σωστή είναι η γ. Από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα.

**Δ.**

$u=18 \text{ km/h}$  ή  $u=5 \text{ m/s}$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής:  $mu=(M+m)V$  οπότε  $V=1,25 \text{ m/s}$ .

**Ε.**

Σωστή είναι η α. Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

**ΣΤ.**

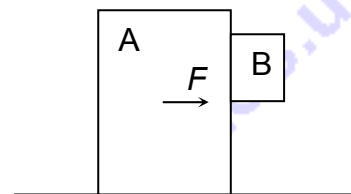
Από την αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα χ:  $0=mu_x-MV$  οπότε  $u_x=1000V$ .

Η ζητούμενη απόσταση θα είναι:  $S=L+d$  (1) Αλλά  $L=u_x t$  από την οποία  $t=L/1000V$

Και  $d=Vt=V L/1000V=1\text{m}$ . Έτσι η (1) δίνει  $S=1001 \text{ m}$ .

### Θέμα 2°

- A.** Η Καλλιστώ είναι ένας δορυφόρος του Δία, που ανακαλύφθηκε από τον Γαλιλαίο και έχει περίοδο περιφοράς γύρω από το Δία τη μισή από την περίοδο της Σελήνης γύρω από τη Γη. Επίσης, η ακτίνα της τροχιάς της είναι 5 φορές μεγαλύτερη από εκείνη της Σελήνης.
- α.** Αν πιστεύετε ότι δεν υπάρχουν αρκετές πληροφορίες για να καθορίσετε τη σχέση μεταξύ των μαζών της Καλλιστούς  $M_K$  και της Σελήνης  $M_\Sigma$  εξηγήστε το γιατί. Αλλιώς, υπολογίστε τη μάζα της Καλλιστούς  $M_K$  σε σχέση με τη μάζα της Γης  $M_\Gamma$ .
- β.** Αν πιστεύετε ότι δεν υπάρχουν αρκετές πληροφορίες για να καθορίσετε τη σχέση μεταξύ των μαζών του Δία  $M_\Delta$  και της Γης  $M_\Gamma$  εξηγήστε το γιατί. Αλλιώς, υπολογίστε τη μάζα του Δία  $M_\Delta$  σε σχέση με τη μάζα της Γης  $M_\Gamma$ . (Μονάδες 13)
- B.** Στο διπλανό σχήμα η μάζα του κιβωτίου A είναι 75 kg και η μάζα του κιβωτίου B είναι 15 kg. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο κιβωτίων είναι  $\mu=0,45$ . Το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο. Ποια ελάχιστη δύναμη  $F$  θα πρέπει να ασκείται στο κιβώτιο A ώστε να αποτρέπεται η πτώση του B; Δίνεται:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .



(Μονάδες 12)

### Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

#### A.

**α.** Η ταχύτητα και η περίοδος δορυφόρου δεν εξαρτώνται από τη μάζα του άρα δεν υπάρχουν αρκετές πληροφορίες για να καθορίσουμε τη σχέση των μαζών.

**β.**  $T_\Sigma = 2\pi \sqrt{\frac{R_\Sigma^3}{GM_\Gamma}}$  και  $T_K = 2\pi \sqrt{\frac{R_K^3}{GM_\Delta}}$  Από τις σχέσεις αυτές και τα δεδομένα προκύπτει ότι  $M_\Delta = 500M_\Sigma$ .

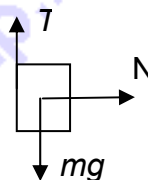
**B.** Για το σύστημα ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα δίνει:  $F = (m_A + m_B)\alpha$  (1)

Για το σώμα B ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα δίνει:  $N = m_B\alpha$  (2)

Για να αποτρέπεται η πτώση θα πρέπει:  $\mu N > m_B g$  και από τη (2)

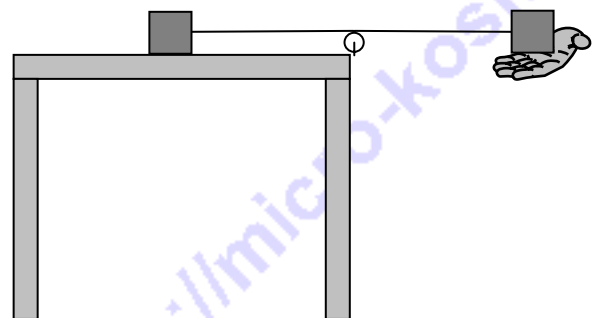
Προκύπτει ότι  $\alpha > g/\mu$  (3)

Η (1) με τη βοήθεια της (3) δίνει ότι  $F > \frac{(m_A + m_B)g}{\mu}$  οπότε  $F > 1962 \text{ N}$ .



### Θέμα 3°

- A.** Δύο κιβώτια με ίσες μάζες είναι συνδεδεμένα με σκοινί μήκους 1 m. Το ένα κιβώτιο είναι τοποθετημένο σε λείο οριζόντιο τραπέζι, και το άλλο κρατιέται από έναν πειραματιστή, όπως φαίνεται στο σχήμα, με το μέσο του σκοιουνιού, που ενώνει τα κιβώτια, να βρίσκεται πάνω σε μια αμελητέας μάζας και χωρίς τριβές τροχαλία. Το σκοινί στη θέση αυτή είναι οριζόντιο.



Αν ο πειραματιστής αφήσει το κιβώτιο που κρατά, ποιο από τα παρακάτω θα συμβεί;

- α. Το κιβώτιο που βρίσκεται στο τραπέζι θα κτυπήσει πρώτο την τροχαλία, και μετά το δεύτερο κιβώτιο θα κτυπήσει το πόδι του τραπεζιού.
- β. Το δεύτερο κιβώτιο θα κτυπήσει πρώτο το πόδι του τραπεζιού και μετά το πρώτο θα κτυπήσει την τροχαλία.
- γ. Το κτύπημα του πρώτου κιβωτίου στην τροχαλία θα γίνει ταυτόχρονα με το κτύπημα του δεύτερου στο πόδι του τραπεζιού.

Να εξηγήσετε πλήρως την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

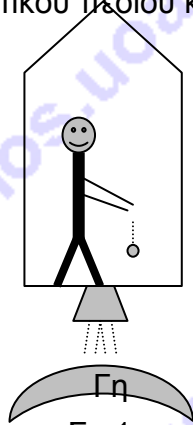
- B.** Φανταστείτε τρεις αστροναύτες Α, Β, Γ οι οποίοι στη Γη (όπου  $g=10 \text{ m/s}^2$ ) ζυγίζονται και έχουν ακριβώς το ίδιο βάρος 800 N.

Κατόπιν, ο κάθε αστροναύτης εισέρχεται σε κλειστό θάλαμο διαστημοπλοίου προκειμένου να πραγματοποιήσει διαστημικό ταξίδι. Καθένας έχει την οδηγία να ζυγιστεί και να εκτελέσει πειράματα ελεύθερης πτώσης, όταν του δοθεί ένα κατάλληλο σήμα.

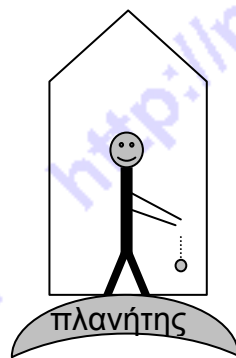
Στον αστροναύτη Α το σήμα δίνεται πολύ κοντά στην επιφάνεια της Γης, όταν το διαστημόπλοιο έχει επιτάχυνση  $a_1=2 \text{ m/s}^2$  (σχήμα 1).

Στον αστροναύτη Β το σήμα δίνεται όταν το διαστημόπλοιο του έχει προσεδαφιστεί και είναι ακίνητο στην επιφάνεια ενός πλανήτη που έχει την ίδια πυκνότητα με τη Γη και ακτίνα 20% μεγαλύτερη από την ακτίνα της Γης (σχήμα 2).

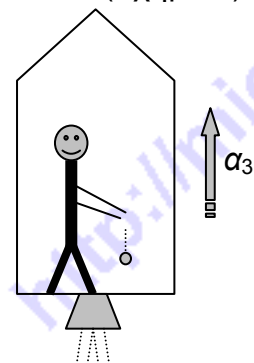
Στον αστροναύτη Γ το σήμα δίνεται όταν το διαστημόπλοιο του πρακτικά βρίσκεται εκτός βαρυτικού πεδίου και επιταχύνεται με επιτάχυνση  $a_3=12 \text{ m/s}^2$  (σχήμα 3).



Σχ.1



Σχ.2



Σχ.3

- α. Να βρεθούν:

- i. Η τιμή που θα δείξει η ζυγαριά για κάθε αστροναύτη μόλις ζυγιστεί.
- ii. Η επιτάχυνση που θα υπολογίζουν οι αστροναύτες, για τα σώματα που θα αφήνουν ελεύθερα σε κάθε περίπτωση.

Δίνεται ο όγκος σφαίρας  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ .

- β. Ο αστροναύτης Γ πληροφορείται παραπλανητικά από τον πιλότο του διαστημοπλοίου του, ότι κατά τη διάρκεια των μετρήσεών του το διαστημόπλοιο δεν είναι σε κίνηση αλλά ηρεμεί στην επιφάνεια ενός πλανήτη και του ζητείται να υπολογίσει την ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη.

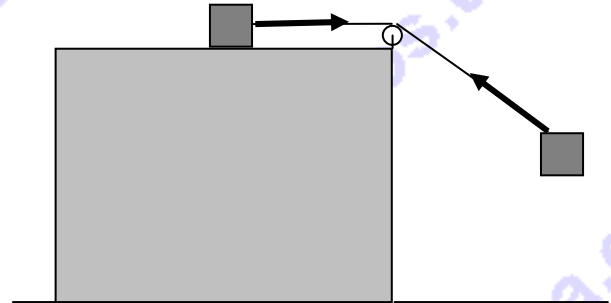
- i. Ποια θα είναι η απάντηση του αστροναύτη;

- ii. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί είναι δυνατόν ο πιλότος να παραπληροφορεί τον αστροναύτη;  
(Μονάδες 15)

**Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:**

**A.**

Σωστή η α. Το κιβώτιο που είναι στο τραπέζι επιταχύνεται στον οριζόντιο άξονα από την τάση του σχοινιού ενώ το άλλο κιβώτιο από την συνιστώσα της η οποία είναι μικρότερη.



**B.**

**α. i) 1<sup>ος</sup> αστροναύτης**

Δέχεται το βάρος  $B$  και την δύναμη  $F$  από τη ζυγαριά στην οποία πατάει. Έχουμε

$$F - B = ma = \frac{B}{g} a \quad \text{ή} \quad F = B + \frac{B}{g} a = (800 + \frac{800}{10} \cdot 2) \text{N} = 960 \text{ N}$$

**2<sup>ος</sup> αστροναύτης**

Δέχεται το βάρος  $B'$  από τον πλανήτη.

$$B' = \frac{GM_{\pi} m}{R_{\pi}^2}$$

Αν  $d$  η πυκνότητα του πλανήτη και της  $\Gamma_{\pi}$  έχουμε αντικαθιστώντας την μάζα του πλανήτη από το γινόμενο της πυκνότητας επί τον όγκο

$$M_{\pi} = d \frac{4}{3} \pi R_{\pi}^3$$

οπότε προκύπτει

$$B' = \frac{4}{3} G m d \pi R_{\pi}$$

Όμοια το βάρος του αστροναύτη στη  $\Gamma_{\eta}$  είναι

$$B = \frac{4}{3} G m d \pi R_{\eta}$$

Διαιρούμε κατά μέλη

$$\frac{B'}{B} = \frac{R_{\pi}}{R_{\eta}} = \frac{1,2 R_{\eta}}{R_{\eta}} = 1,2 \quad \text{ή} \quad B' = 1,2 B = 1,2 \times 800 \text{ N} = 960 \text{ N}$$

**3<sup>ος</sup> αστροναύτης**

Δέχεται την δύναμη  $F$  από τη ζυγαριά στην οποία πατάει. Έχουμε

$$F = ma = \frac{B}{g} a = \frac{800}{10} \cdot 12 \text{ N} = 960 \text{ N}$$

ii) Η επιτάχυνση «πτώσης» θα ισούται σε κάθε περίπτωση με την ένταση του «ισοδύναμου» βαρυτικού πεδίου

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{B/g} = \frac{F \cdot g}{B} = \frac{960 \cdot 10}{800} \frac{m}{s^2} = 12 \frac{m}{s^2}$$

**β. i)  $g_{\pi} = a = 12 \text{ m/s}^2$**

ii) Επειδή η βαρυτική μάζα ισούται με τη μάζα αδρανείας

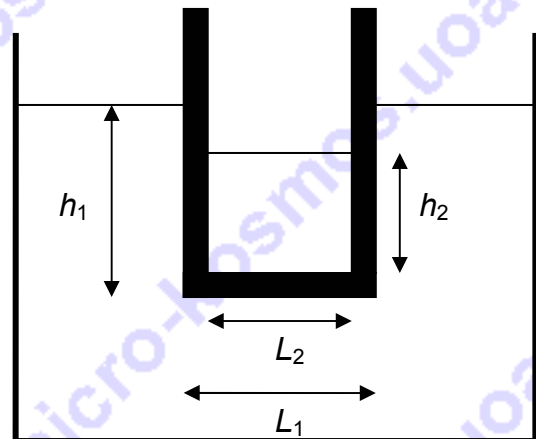


### Πειραματικό Μέρος

Μια γυάλινη λεκάνη περιέχει ποσότητα νερού και ένας γυάλινος κύλινδρος επιπλέει παραμένοντας κατακόρυφος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Τα  $L_1$  και  $L_2$  είναι οι αποστάσεις των εξωτερικών και των εσωτερικών τοιχωμάτων του κυλίνδρου αντίστοιχα. Το  $h_1$  είναι η απόσταση της επιφάνειας του νερού της λεκάνης από το κάτω μέρος του πυθμένα του κυλίνδρου.

Ρίχνουμε λάδι στον κύλινδρο. Με  $h_2$  συμβολίζεται η απόσταση της επιφάνειας του λαδιού από το πάνω μέρος του πυθμένα του κυλίνδρου.



α. Να αποδείξετε την σχέση:

$$h_1 = \frac{4M}{\pi L_1^2 \rho_v} + \frac{L_2^2 \rho}{L_1^2 \rho_v} h_2 \quad (1)$$

Όπου  $M$  η μάζα του κυλίνδρου,  $\rho$  η πυκνότητα του λαδιού που ρίξαμε, και  $\rho_v$  η πυκνότητα του νερού.

Υποδείξεις:

- Σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, σε κάθε σώμα που βυθίζεται σε υγρό, ασκείται άνωση που έχει ίσο μέτρο με το βάρος του υγρού που εκτοπίζεται από το σώμα.
- Ο όγκος κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της βάσης επί το ύψος του κυλίνδρου.
- Το εμβαδόν του κύκλου είναι  $S = \pi R^2$ , όπου  $R$  η ακτίνα του κύκλου.

β. Να γράψετε την αντίστοιχη σχέση με τη σχέση (1), αν αντί για λάδι ρίχναμε νερό στον κύλινδρο. Αυτή θα είναι η σχέση (2).

γ. Σταδιακά ρίχνουμε όλο και περισσότερο λάδι στον κύλινδρο και κάθε φορά βρίσκουμε τα μήκη  $h_1$  και  $h_2$ , ενώ ο κύλινδρος επιπλέει. Προκύπτει έτσι ο παρακάτω πίνακας τιμών 1:

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ 1

$h_1$ (cm)	$h_2$ (cm)
12,5	5,7
12,6	6,0
12,8	6,1
13,0	6,4
13,3	6,8
13,5	7,2

Κατόπιν αδειάζουμε τον κύλινδρο από το λάδι και επαναλαμβάνουμε το πείραμα ρίχνοντας νερό. Προκύπτει έτσι ο παρακάτω πίνακας τιμών 2:

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ 2

$h_1$ (cm)	$h_2$ (cm)
11,7	3,7
12,3	4,5
12,6	4,9
12,9	5,2
13,0	5,3
13,3	5,7

Παραστήστε γραφικά το  $h_1$  ως συνάρτηση του  $h_2$  για το κάθε πείραμα ξεχωριστά.

- δ. Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2) που αποδείξατε στα δύο πρώτα ερωτήματα και των διαγραμμάτων του τρίτου ερωτήματος, να υπολογίσετε την πυκνότητα του λαδιού. Δίνεται η πυκνότητα του νερού  $\rho_v = 1 \text{ g/cm}^3$ . (Μονάδες 25)

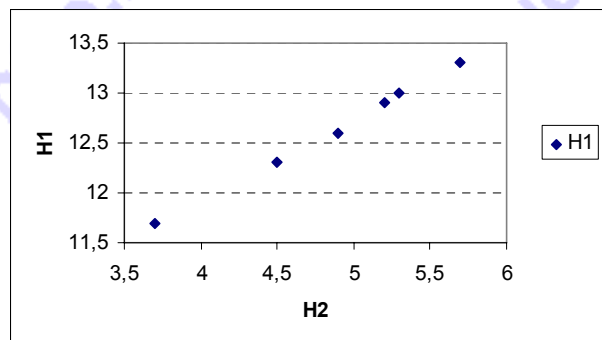
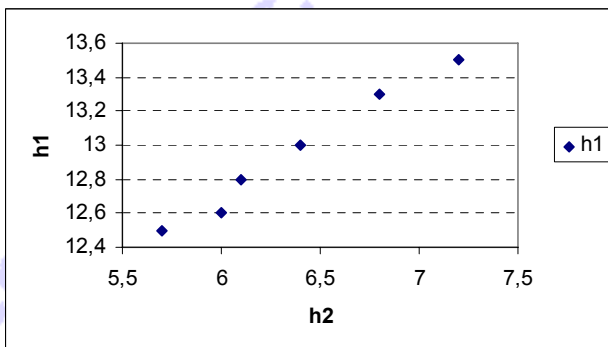
**Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:**

α. Από την συνθήκη πλεύσης  $A = B_K + B_\lambda$  ή  $B_{\text{εκτ νερ}} = B_K + B_\lambda$  ή  $\rho_v g \pi \frac{L_1^2}{4} h_1 = Mg + \rho g \pi \frac{L_2^2}{4} h_2$

ή 
$$h_1 = \frac{4M}{\pi L_1^2 \rho_v} + \frac{L_2^2 \rho}{L_1^2 \rho_v} h_2$$

β. Όταν ρίχνουμε λάδι  $h_1 = \frac{4M}{\pi L_1^2 \rho_v} + \frac{L_2^2}{L_1^2} h_2$  (2)

γ. Τα διαγράμματα φαίνονται παρακάτω.



δ. Από τα διαγράμματα και τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:  $\frac{L_2^2 \rho}{L_1^2 \rho_v} = \frac{1}{1,4}$  και

$\frac{L_2^2}{L_1^2} = \frac{2}{2,4}$  από τις οποίες προκύπτει ότι  $\rho/\rho_v = 0,857$  και  $\rho = 0,86 \text{ g/cm}^3$ .