

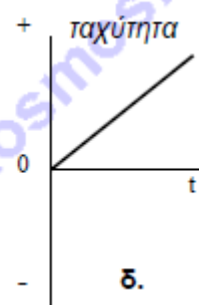
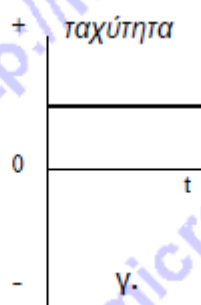
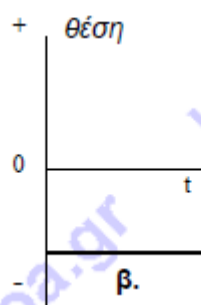
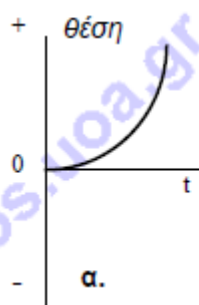
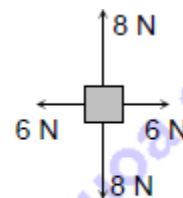
Ενδεικτικά Θέματα
των Πανελλήνιων Διαγωνισμών Φυσικής «Αριστοτέλης» 2017
για όλες τις τάξεις του Λυκείου

Τα θέματα έχουν επιλεγεί από την πληθώρα θεμάτων παλαιότερων Διαγωνισμών που είναι αναρτημένα στον διαδικτυακό τόπο και έχουν δημιουργηθεί από μέλη της Εταιρείας Φυσικής. Τα θέματα συνοδεύονται από τις λύσεις τους και έχουν το γνωστό υδατογράφημα με το λογότυπο του παραπάνω διαδικτυακού τόπου.

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρώτο Θεωρητικό Ερώτημα

Μελετήστε το σχήμα και τις γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου και ταχύτητας-χρόνου που παρατίθενται παρακάτω. Ποια ή ποιες από τις γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να αντιστοιχεί στην κίνηση του αντικειμένου που απεικονίζεται στο σχήμα και εξηγήστε γιατί οι άλλες παραστάσεις είναι λάθος.



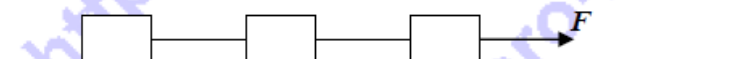
Δεύτερο Θεωρητικό Ερώτημα

Ο Γιάννης ταξιδεύει στον αυτοκινητόδρομο και ένα έντομο αυτοκτονεί πιτσιλίζοντας το παρμπρίζ του αυτοκινήτου του. Ποιος ασκεί δύναμη με μεγαλύτερο μέτρο;

- α. Το έντομο στο παρμπρίζ.
 - β. Το παρμπρίζ στο έντομο.
 - γ. Και οι δύο δυνάμεις έχουν το ίδιο μέτρο.
- Αιτιολογείστε σύντομα την επιλογή σας.

Τρίτο Θεωρητικό Ερώτημα

Τρία κιβώτια με ίσες μάζες συνδέονται με σχοινί όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το όλο σύστημα επιταχύνεται προς τα δεξιά πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση δύναμης με μέτρο F . Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μεσαίο κιβώτιο έχει μέτρο:



α) μηδέν

β) F

γ) $2F/3$

δ) $F/3$

Τέταρτο Θεωρητικό Ερώτημα

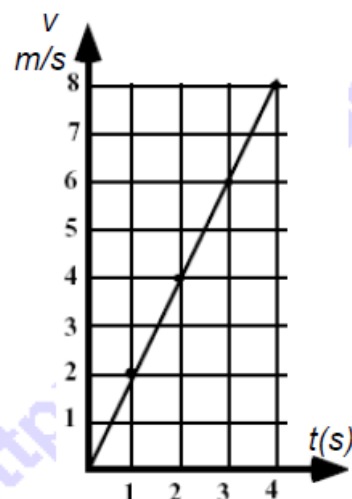
Στο διπλανό γράφημα φαίνεται η ταχύτητα ενός αντικειμένου σε σχέση με το χρόνο. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις ταιριάζει στο γράφημα αυτό;

α. $v = t + 1$

β. $v = t - 1$

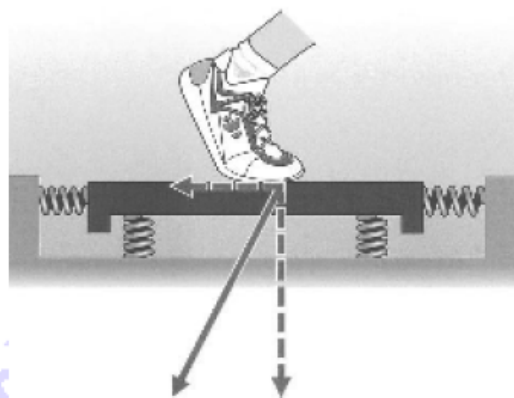
γ. $v = 2t$

δ. $v = 8$



Πέμπτο Θεωρητικό Ερώτημα

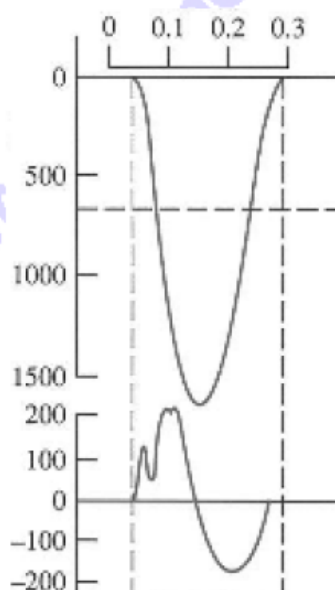
A. Στην εικόνα φαίνεται ένα απλοποιημένο μοντέλο μιας πλατφόρμας που χρησιμοποιείται στη βιολογική μηχανική για τη μέτρηση της δύναμης που ασκείται στο έδαφος από το πόδι ενός δρομέα. Υποθέστε ότι η πλατφόρμα έχει μάζα 5 Kg και κάθε ένα από τα τέσσερα ελατήρια έχει σταθερά 10^6 N/m. Κάποια στιγμή, τα κατακόρυφα ελατήρια είναι συμπιεσμένα κατά 0,5 mm. Την ίδια στιγμή, καθένα από τα οριζόντια ελατήρια απέχει από το φυσικό του μήκος κατά 0,1 mm, το αριστερό είναι συμπιεσμένο και το δεξιό είναι τεντωμένο. Η κατακόρυφη συνιστώσα της επιτάχυνσης της πλατφόρμας έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο 5 m/s^2 ενώ η οριζόντια συνιστώσα της έχει φορά προς τα πίσω (αριστερά) και μέτρο 2 m/s^2 .



i) Βρείτε τη δύναμη που δέχεται το πόδι του δρομέα από την πλατφόρμα τη στιγμή αυτή. Δίνεται η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

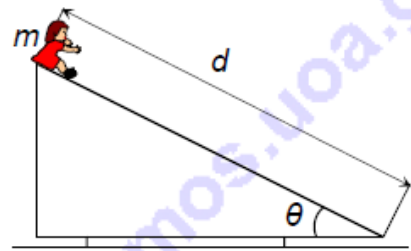
ii) Στο διπλανό γράφημα φαίνονται δεδομένα μιας πλατφόρμας στην περίπτωση δρομέα 68 kg. Το πάνω γράφημα δείχνει την κατακόρυφη δύναμη και το κάτω δείχνει την οριζόντια δύναμη που δέχεται η πλατφόρμα από το δεξί πόδι του δρομέα. Στον οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές του χρόνου σε δευτερόλεπτα και στον κατακόρυφο οι τιμές των δυνάμεων σε N. Να βρείτε κατά προσέγγιση τη δύναμη που δέχεται το πόδι του αθλητή από την πλατφόρμα τη στιγμή που η οριζόντια συνιστώσα της μεγιστοποιείται.

iii) Συγκρίνετε τη δύναμη που δέχεται το πόδι του αθλητή από την πλατφόρμα με το βάρος του αθλητή. Εξηγήστε την αναγκαιότητα της χρήσης κατάλληλων υποδημάτων χωρίς τα οποία οι δρομείς θα είχαν πιθανώς τραυματισμούς.



Έκτο Θεωρητικό Ερώτημα

Μια παιδική τσουλήθρα έχει μήκος $d=5\text{ m}$ και σχηματίζει γωνία $\theta=20^\circ$ με το έδαφος. Ένα παιδί με μάζα $m=20\text{ kg}$ ξεκινά από την ηρεμία στην κορυφή της τσουλήθρας. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης της τσουλήθρας είναι $\mu=0,2$.



- Ποιο είναι το συνολικό έργο που εκτελείται από την τριβή;
- Ποια είναι η ταχύτητα του παιδιού στη βάση της τσουλήθρας;
- Πόσο χρόνο θα χρειαστεί το παιδί για να τσουλήσει μέχρι κάτω, στη βάση της τσουλήθρας;

Δίνονται: Η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας $g=9,8\text{ m/s}^2$, $\eta\mu 20^\circ=0,34$ και $\sigma\upsilon\nu 20^\circ=0,94$.

Πρώτο Πειραματικό Ερώτημα

Η ανάλυση κινούμενων εικόνων είναι ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για τη μελέτη της κίνησης αντικειμένων. Όπως και οι περισσότερες μορφές ψηφιακών δεδομένων, ένα video είναι πολύ εύκολο να αναλυθεί χρησιμοποιώντας ηλεκτρονικό υπολογιστή και κατάλληλο λογισμικό. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί κανείς να εκτιμήσει τη θέση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του κινούμενου αντικειμένου μέσω μιας διαδικασίας, η οποία λέγεται video-ανάλυση της κίνησης.

Σε ένα τεχνολογικά σύγχρονο εκπαιδευτικό εργαστήριο επίλυσης προβλημάτων Φυσικής, ένας εκπαιδευτικός ανέθεσε σε ομάδες μαθητών να διερευνήσουν το είδος της κίνησης που εκτελεί ένα ξύλινο κουτί, όταν αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας 30° και να υπολογίσουν το συντελεστή τριβής ανάμεσα στο ξύλινο κουτί και το κεκλιμένο επίπεδο.

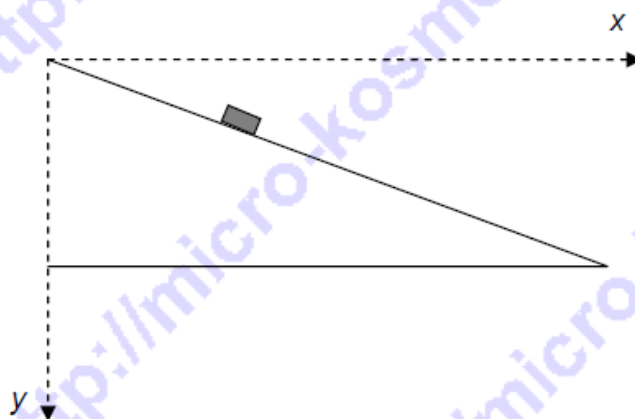
Μία από τις ομάδες, αφού διατύπωσε την υπόθεση ότι η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, σχεδίασε το παρακάτω πείραμα video-ανάλυσης, όχι μόνο για να ελέγξει την υπόθεσή της, αλλά και για να εκτιμήσει την επιτάχυνση και το συντελεστή τριβής. Η ομάδα βιντεοσκόπησε, με ψηφιακή κάμερα, την κίνηση του κουτιού και το αρχείο που δημιουργήθηκε το επεξεργάστηκε μέσω του κατάλληλου λογισμικού για την ανάλυση της κίνησης στον υπολογιστή. Η ανάλυση αυτή γίνεται ως εξής: Κάνοντας κλικ με το δείκτη του ποντικιού σε ένα συγκεκριμένο σημείο του κουτιού καταγράφεται αυτόματα η θέση του σημείου αυτού και ο υπολογιστής αυτόματα προχωρά το video σε επόμενο στιγμιότυπο (καρέ). Στο «καρέ» αυτό ξανακάνοντας κλικ στο ίδιο σημείο του κουτιού καταγράφεται η νέα θέση του και αυτό επαναλαμβάνεται μέχρι να ολοκληρωθεί η κίνηση την οποία θέλουμε να μελετήσουμε. Τα πειραματικά δεδομένα εμφανίζονται αυτόματα σε κατάλληλα διαγράμματα και πίνακες στην οθόνη του υπολογιστή.

Παρακάτω φαίνεται ο πίνακας των μετρήσεων που προέκυψε από τη video-ανάλυση της κίνησης του κουτιού.

t (s)	t^2 (s ²)	x (m)	y (m)	S (m)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,20		0,01	0,01	
0,40		0,05	0,03	
0,60		0,10	0,06	
0,80		0,18	0,11	
1,00		0,29	0,16	
1,20		0,41	0,24	
1,40		0,56	0,32	
1,60		0,73	0,42	
1,80		0,93	0,53	
2,00		1,14	0,66	

Η κάμερα είναι στερεωμένη σε τρίποδο το οποίο βρίσκεται στο οριζόντιο έδαφος σε κατάλληλη απόσταση ώστε να καταγράφεται η κίνηση του κουτιού. Ένα από τα καρέ (στιγμιότυπα) της κίνησης του κουτιού φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Με βάση τα δεδομένα του πίνακα:



α. Γράψτε τον πίνακα στο τετράδιό σας με συμπληρωμένη τη δεύτερη στήλη για το τετράγωνο του χρόνου και την τέταρτη στήλη για το διάστημα S που διανύει το κουτί κατά την κάθοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο.

β. Κάντε το διάγραμμα του διαστήματος που έχει διανύσει το κουτί στο κεκλιμένο επίπεδο σε σχέση με το τετράγωνο του χρόνου. Επαληθεύεται η υπόθεση των μαθητών ότι η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη; Εξηγήστε πλήρως την απάντησή σας.

γ. Αν πράγματι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη, ποιο είναι το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου κατά την κάθοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο;

δ. Υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο κουτί και στο κεκλιμένο επίπεδο αν η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας στον τόπο που έγινε το πείραμα είναι $g=9,8 \text{ m/s}^2$;

ε. Προτείνετε και περιγράψτε συνοπτικά μια διαφορετική πειραματική διαδικασία χωρίς video-ανάλυση της κίνησης μέσω της οποίας θα μπορούσατε να ελέγξετε την υπόθεσή σας για το είδος της κίνησης, να βρείτε την επιτάχυνση καθόδου του κουτιού και να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής. Θεωρήστε ότι έχετε διαθέσιμο ότι εξοπλισμό (όργανα, συσκευές, διατάξεις, λογισμικά, υλικά) σας χρειαστεί.

Δεύτερο Πειραματικό Ερώτημα

Αυτό το πειραματικό πρόβλημα είναι ανοικτό, δηλαδή δεν έχει μόνο μία σωστή απάντηση. Υποθέστε ότι σας έχει ανατεθεί να διερευνήσετε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας σχεδιάζοντας ένα πείραμα στο οποίο να συμβαίνει μετατροπή αρχικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας σε κινητική ενέργεια.

Εκτός από το εργαστηριακό τραπέζι που σας είναι διαθέσιμο, έχετε στη διάθεσή σας τα παρακάτω:

1. Εργαστηριακό αμαξίδιο
2. Σχοινί
3. Κεκλιμένο επίπεδο
4. Βαρίδια με διάφορες μάζες
5. Ελαφριά τροχαλία
6. Μετροταινία
7. Χρονόμετρο
8. Ηλεκτρονική ζυγαριά

α) Επιλέξτε ποια από τα παραπάνω θα χρησιμοποιήσετε στον πειραματισμό σας.

β) Περιγράψτε αναλυτικά την πειραματική διαδικασία που θα ακολουθήσετε, κάνοντας και ένα σχήμα στο οποίο να εικονίζεται η πειραματική διάταξή σας. Επίσης αναφέρετε τα μεγέθη τα οποία θα μετρήσετε και δώστε τους ένα σύμβολο.

γ) Περιγράψτε μια μέθοδο για τον υπολογισμό της αρχικής και της τελικής τιμής της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας καθώς και της τελικής τιμής της κινητικής ενέργειας, συναρτήσει των μεγεθών τα οποία μετρήσατε γράφοντας τους κατάλληλους τύπους.

δ) Μετά την πρώτη εκτέλεση του πειράματός σας, οι υπολογισμοί σας δείχνουν ότι η μηχανική ενέργεια αυξήθηκε κατά τη διάρκεια του πειράματος. Υποθέστε ότι δεν έχετε κάνει μαθηματικά λάθη στους υπολογισμούς σας και δώστε μια λογική εξήγηση του αποτελέσματος αυτού.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Πρώτο Θεωρητικό Ερώτημα

Αφού $F_{\text{ολ}} = 0$. Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα το σώμα ή θα είναι ακίνητο οπότε σωστή θα είναι η β, ή θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση οπότε σωστή θα είναι η γ. Οι α και δ αντιστοιχούν σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οπότε είναι λανθασμένες.

Δεύτερο Θεωρητικό Ερώτημα

Σωστή είναι η γ. Από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα.

Τρίτο Θεωρητικό Ερώτημα

Σωστή η δ

Τέταρτο Θεωρητικό Ερώτημα

γ

Πέμπτο Θεωρητικό Ερώτημα

A. i) Από το δεύτερο νόμο του Newton για την πλατφόρμα στον άξονα x

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$F_3 + F_4 + F_{5x} = ma_x$$

$$F_{5x} = ma_x - F_3 - F_4$$

Αλλά $F_3 = F_4 = k\Delta l_{\text{op}}$ οπότε

$$F_{5x} = ma_x - 2k\Delta l_{\text{op}} \text{ και αντικαθιστώντας}$$

$$F_{5x} = -210 \text{ N}$$

Από το δεύτερο νόμο του Newton για την πλατφόρμα στον άξονα y

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$F_1 + F_2 + F_{5y} - w = ma_y$$

$$F_{5y} = ma_y + w - F_1 - F_2$$

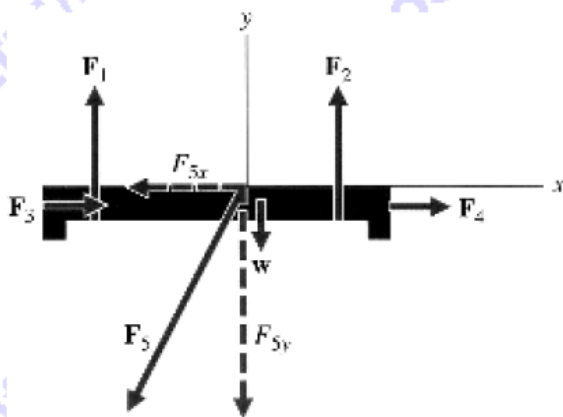
Αλλά $F_1 = F_2 = k\Delta l_{\text{κατ}}$ και $w = mg$ οπότε

$$F_{5y} = ma_y + mg - 2k\Delta l_{\text{κατ}} \text{ και αντικαθιστώντας}$$

$$F_{5y} = -930 \text{ N.}$$

Από τη σύνθεση των κάθετων δυνάμεων F_{5x} και F_{5y} προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα ότι $F_5 = \sqrt{210^2 + 930^2} = 953 \text{ N}$ σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο και $\text{εφ}\varphi = \frac{210}{930}$

Από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι το πόδι θα δέχεται δύναμη αντίθετη της F_5 .



ii) Από το γράφημα φαίνεται ότι τη στιγμή που η οριζόντια συνιστώσα μεγιστοποιείται (220N περίπου) η κατακόρυφη συνιστώσα είναι περίπου 1300N. Συνεπώς η δύναμη που δέχεται το πόδι από την πλατφόρμα θα είναι: $\sqrt{220^2 + 1300^2} = 1318,5\text{N}$

iii) Από το γράφημα φαίνεται ότι η κατακόρυφη δύναμη στο πόδι του δρομέα των 68kg έχει μέγιστη τιμή περίπου 1700N, δηλαδή σχεδόν 2,5 φορές το βάρος του δρομέα (τη στιγμή εκείνη φαίνεται επίσης από το γράφημα ότι η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης είναι περίπου μηδέν). Αυτό εξηγεί την αναγκαιότητα της χρήσης κατάλληλων υποδημάτων χωρίς τα οποία οι δρομείς θα είχαν πιθανώς τραυματισμούς.

Έκτο Θεωρητικό Ερώτημα

α. $T = \mu N = \mu mg \sin \theta$ (1)

$$W_T = -Td = -\mu mg \sin \theta \cdot d$$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $W_T = -0,2 \cdot 20 \cdot 9,8 \cdot 0,94 \cdot 5 = -180 \text{ J}$

β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = mgd \sin \theta + W_T \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2mgd \sin \theta + 2W_T}{m}}$$

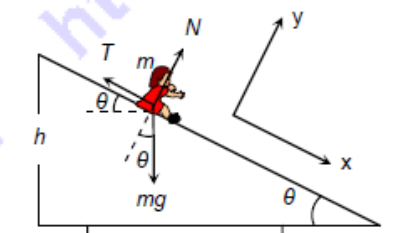
με αντικατάσταση προκύπτει: $v = 3,9 \text{ m/s}$

γ. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής: $mg \sin \theta - T = ma^{(1)} \Rightarrow mg \sin \theta - \mu mg \sin \theta = ma$

Έχουμε: $a = g(\sin \theta - \mu \sin \theta) = 9,8(0,34 - 0,2 \cdot 0,94) \text{ m/s}^2$

Δηλαδή: $a = 1,5 \text{ m/s}^2$ οπότε

$$y = at^2 \quad \text{και} \quad t = \frac{v}{a} = \frac{3,9}{1,5} = 2,6 \text{ s}$$

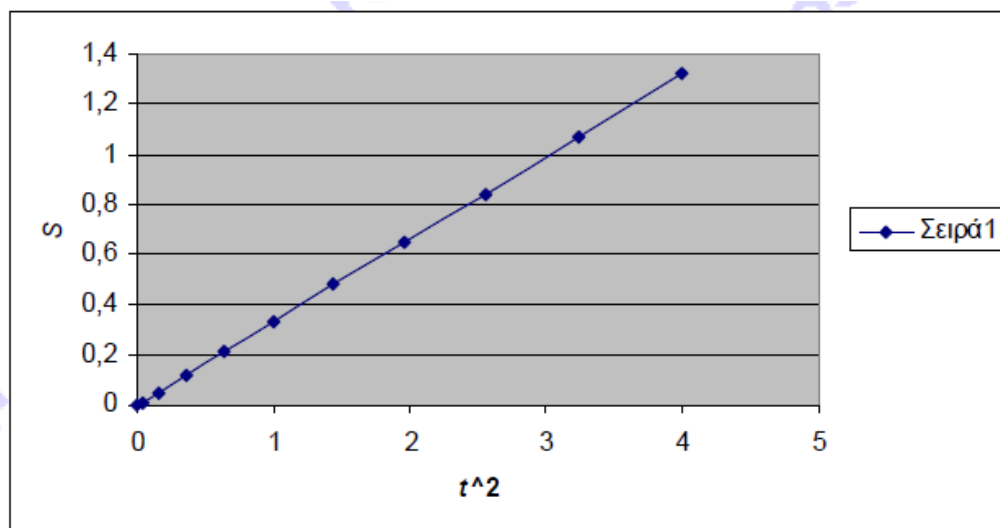


Πρώτο Πειραματικό Ερώτημα

α.

$t \text{ (s)}$	$t^2 \text{ (s}^2\text{)}$	$x \text{ (m)}$	$y \text{ (m)}$	$S \text{ (m)}$
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,20	0,04	0,01	0,01	0,01
0,40	0,16	0,05	0,03	0,05
0,60	0,36	0,10	0,06	0,12
0,80	0,64	0,18	0,11	0,21
1,00	1,00	0,29	0,16	0,33
1,20	1,44	0,41	0,24	0,48
1,40	1,96	0,56	0,32	0,65
1,60	2,56	0,73	0,42	0,84
1,80	3,24	0,93	0,53	1,07
2,00	4,00	1,14	0,66	1,32

β.



Βλέπουμε ότι το διάστημα είναι ανάλογο του τετραγώνου του χρόνου, συνεπώς η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα και επαληθεύεται η υπόθεση των μαθητών.

γ. Αφού $s = \frac{1}{2} a t^2$ Η κλίση στο παραπάνω διάγραμμα είναι $a/2$ έτσι έχουμε $a/2 = 0,32 \text{ m/s}^2$ οπότε $a = 0,66 \text{ m/s}^2$

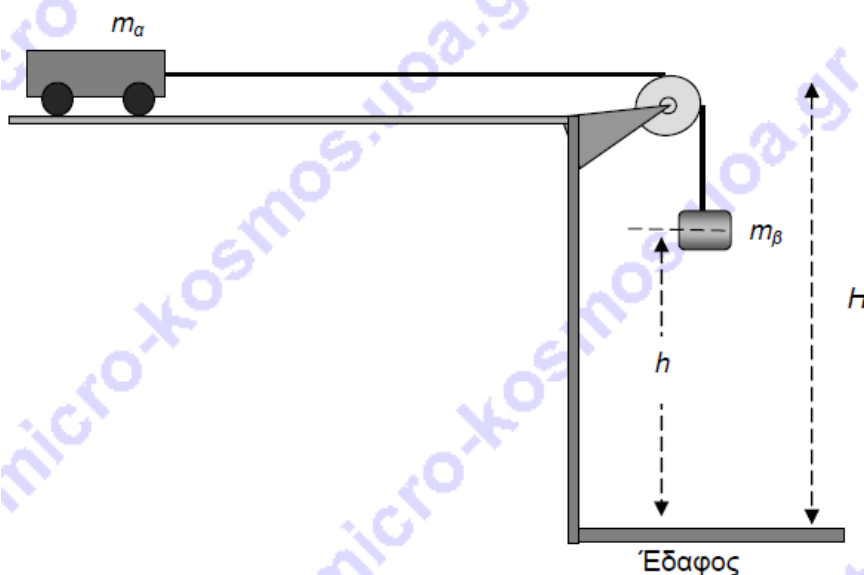
δ. $a = g \sin \theta - \mu g \cos \theta$ από την οποία $\mu = 0,2$.

ε. Με την ίδια μέθοδο αλλά αντί της video ανάλυσης θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν ηλεκτρικό χρονομετρητή με χαρτοταινία ή ψηφιακή φωτογραφική μηχανή. Επίσης θα μπορούσαν με λίγο διαφορετική διαδικασία να χρησιμοποιήσουν αισθητήρα κίνησης (θέσης) ή ακόμα και μετροταινία και χρονόμετρο χειρός. Κάποια από τα πειράματα περιγράφονται στον εργαστηριακό οδηγό της Α' λυκείου.

Δεύτερο Πειραματικό Ερώτημα

Πιθανή απάντηση I

α) Εργαστηριακό αμαξίδιο, ηλεκτρονική ζυγαριά, σχοινί, ελαφριά τροχαλία με αμελητέες τριβές, βαρίδι, μεροταινία.



β) Με την ηλεκτρονική ζυγαριά βρίσκουμε τις μάζες του αμαξιδίου m_a και του βαριδίου m_b . Συνδέουμε με το σκοινί το αμαξίδιο με το βαρίδι.

Τοποθετούμε το αμαξίδιο στο οριζόντιο εργαστηριακό τραπέζι έτσι ώστε το σκοινί να περάσει μέσα από την τροχαλία όπως φαίνεται στο σχήμα.

Κρατάμε ακίνητο το σύστημα ώστε το βαρίδι να είναι σε κάποιο ύψος h από το έδαφος, το οποίο και μετράμε με τη μετροταινία.

Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο και μετράμε με το χρονόμετρο τη χρονική διάρκεια t της κίνησής του μέχρι το βαρίδι να φτάσει στο έδαφος.

Επίσης μετράμε το ύψος του τραπεζιού από το έδαφος H .

γ) Η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $U_{αρχ} = m_a g H + m_b g h$

Τελική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $U_{τελ} = m_a g H$

Αρχική κινητική ενέργεια: $K_0 = 0$

Τελική κινητική ενέργεια: $K_{τελ} = (m_a + m_b) v_{τελ}^2$

Μας λείπει η τελική ταχύτητα.

Η επιτάχυνση είναι σταθερή, οπότε η μέση ταχύτητα θα είναι:

$v_{μέση} = \frac{1}{2} (v_{αρχ} + v_{τελ})$ έτσι:

$$h = \frac{1}{2} (v_{αρχ} + v_{τελ}) t$$

Όμως $v_{αρχ} = 0$ οπότε:

$h = \frac{1}{2} v_{τελ} t$ συνεπώς υπολογίζουμε την τελική ταχύτητα του συστήματος από τη σχέση:

$v_{τελ} = \frac{2h}{t}$ συναρτήσει των μεγεθών h και t που έχουμε μετρήσει και μετά αντικαθιστούμε

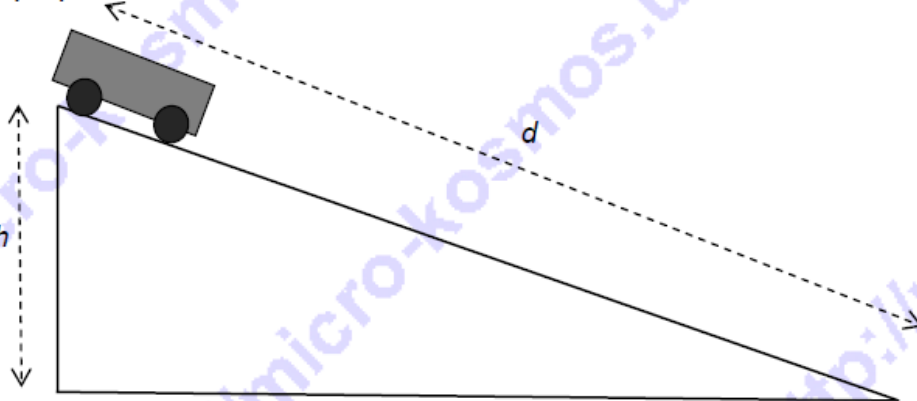
στις εκφράσεις για τις ενέργειες.

δ) Ένα ακούσιο σπρώξιμο στο καρότσι μπορεί να είναι η αιτία για την αύξηση της αρχικής μηχανικής ενέργειας δηλαδή η $v_{αρχ}$ να μην είναι μηδενική.

ε) Οι τριβές, αντιστάσεις αέρα.

Πιθανή απάντηση II

α) Εργαστηριακό αμαξίδιο, κεκλιμένο επίπεδο, ηλεκτρονική ζυγαριά, μετροταινία, χρονόμετρο.



β) Με την ηλεκτρονική ζυγαριά βρίσκουμε τη μάζα του αμαξιδίου m_a .

Τοποθετούμε το αμαξίδιο στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και μετράμε το ύψος h στο οποίο βρίσκεται το αμαξίδιο.

Αφήνουμε ελεύθερο το αμαξίδιο και μετράμε με το χρονόμετρο τη χρονική διάρκεια t της κίνησής του μέχρι να φτάσει στη βάση του.

Μετράμε την απόσταση d που διάνυσε το αμαξίδιο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

γ) Η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $U_{αρχ}=mgh$

Τελική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $U_{τελ}=0$

Αρχική κινητική ενέργεια: $K_0=0$

Τελική κινητική ενέργεια: $K_{τελ} = \frac{1}{2}mv_{τελ}^2$

Μας λείπει η τελική ταχύτητα.

Η επιτάχυνση είναι σταθερή, οπότε η μέση ταχύτητα θα είναι:

$v_{μέση} = \frac{1}{2}(v_{αρχ} + v_{τελ})$ έτσι:

$$d = \frac{1}{2}(v_{αρχ} + v_{τελ})t$$

Όμως $v_{αρχ}=0$ οπότε:

$d = \frac{1}{2}v_{τελ}t$ συνεπώς υπολογίζουμε την τελική ταχύτητα του συστήματος από τη σχέση:

$v_{τελ} = \frac{2d}{t}$ συναρτήσει των μεγεθών d και t που έχουμε μετρήσει και μετά αντικαθιστούμε

στις εκφράσεις για τις ενέργειες.

δ) Ένα ακούσιο σπρώξιμο στο καρότσι μπορεί να είναι η αιτία για την αύξηση της αρχικής μηχανικής ενέργειας δηλαδή η $v_{αρχ}$ να μην είναι μηδενική.

ε) Οι τριβές, αντιστάσεις αέρα.

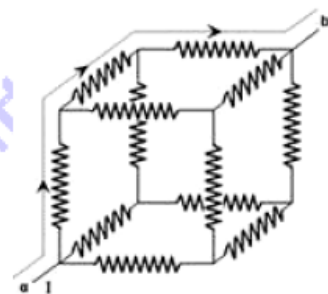
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρώτο Θεωρητικό Ερώτημα

A.

Κατά μήκος κάθε ακμής ενός κύβου υπάρχει από ένας αντιστάτης αντίστασης R και οι κόμβοι συμπίπτουν με τις κορυφές του κύβου. Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση στα άκρα μιας διαγωνίου του κύβου, π.χ. μεταξύ των σημείων a και b , ως συνάρτηση της R .

(Υπόδειξη: χρησιμοποιείτε την υποδεικνυόμενη διαδρομή)



B.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις για μια μπαταρία είναι σωστή; Να εξηγήσετε πλήρως την απάντησή σας.

- α) Η μπαταρία εξαντλείται πιο γρήγορα όταν τη συνδέσουμε με δύο όμοιους λαμπτήρες συνδεδεμένους σε σειρά.
- β) Η μπαταρία εξαντλείται πιο γρήγορα όταν τη συνδέσουμε με τους ίδιους δύο όμοιους λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα.
- γ) Εξαντλείται στον ίδιο χρόνο και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

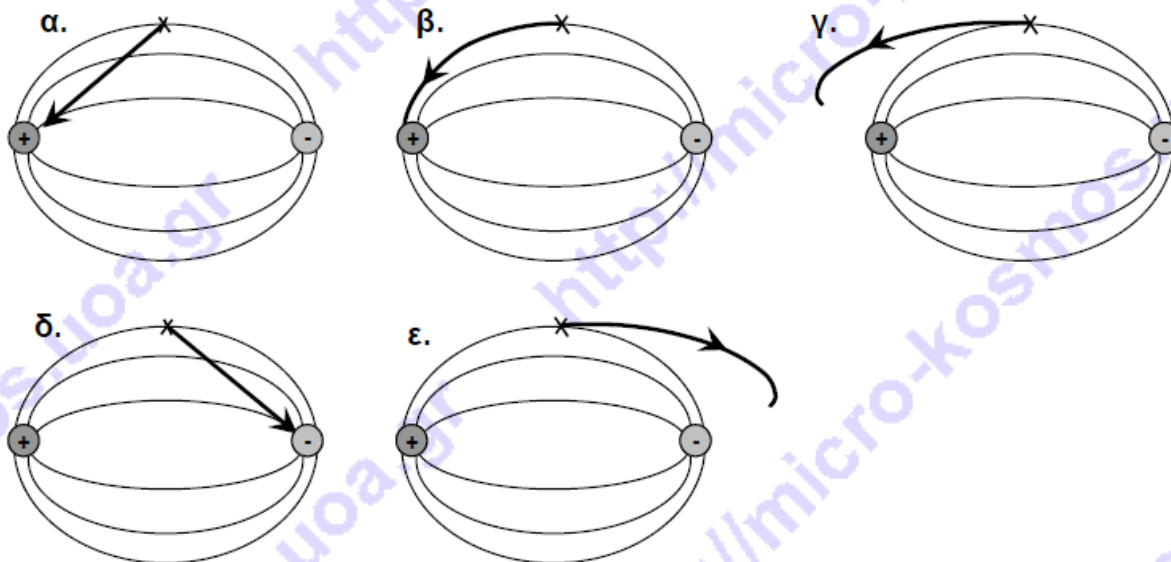
Δεύτερο Θεωρητικό Ερώτημα

A. Ένα μονωμένο δοχείο έχει δύο διαμερίσματα χωρισμένα με μονωτικό τοίχωμα. Στο ένα διαμέρισμα το οποίο έχει όγκο V_1 υπάρχει ιδανικό μονοατομικό αέριο με πίεση P_1 και θερμοκρασία T_1 . Στο άλλο διαμέρισμα το οποίο έχει όγκο V_2 υπάρχει ιδανικό μονοατομικό αέριο με πίεση P_2 και θερμοκρασία T_2 . Αν αφαιρεθεί το τοίχωμα χωρίς παραγωγή έργου στο αέριο ποια η τελική θερμοκρασία του αερίου στο δοχείο σε σχέση με τα $P_1, V_1, T_1, P_2, V_2, T_2$.

B. Μια σφαιρική σταγόνα λαδιού έχει ηλεκτρικό φορτίο $q=3e$ όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου και ακτίνα $r=10^{-4}\text{cm}$. Ποια η οριακή ταχύτητα με την οποία πέφτει η σταγόνα μεταξύ δύο οριζόντιων πλακών οι οποίες κρατούνται σε διαφορά δυναμικού $V=1000\text{V}$ και σε απόσταση $L=2\text{cm}$ με τη θετική πλάκα πάνω και την αρνητική κάτω; Το μέτρο της αντίστασης του αέρα δίνεται από το νόμο του Stoke's $F_{\text{αντ}}=6\pi\eta r v$ όπου v η ταχύτητα της σταγόνας και $\eta=1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}$ ένας συντελεστής που λέγεται ιξώδες του αέρα, στη θερμοκρασία που επικρατεί κατά τη διάρκεια του φαινομένου. Δίνονται: Η πυκνότητα του λαδιού $\rho=800 \text{ Kg m}^{-3}$, η πυκνότητα του αέρα $d=1,29\text{kg m}^{-3}$, το φορτίο του ηλεκτρονίου $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ και η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας $g=9,8 \text{ m/s}^2$. Θυμηθείτε επίσης ότι σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη, η άνωση στη σταγόνα από τον αέρα, ισούται με το βάρος του αέρα που εκτοπίζεται από τη σταγόνα και ότι ο όγκος σφαίρας είναι $\frac{4}{3} \pi r^3$.

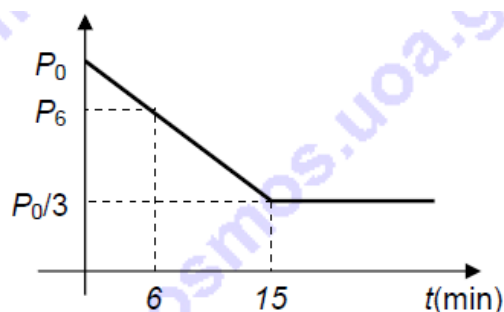
Τρίτο Θεωρητικό Ερώτημα

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου το οποίο δημιουργείται μεταξύ δύο αντίθετων ηλεκτρικών φορτίων. Ένα ηλεκτρόνιο ξεκινά από την ηρεμία στη θέση που εμφανίζεται με (x) και στη συνέχεια επιταχύνεται από το ηλεκτρικό πεδίο. Ποια τροχιά από αυτές που εικονίζονται με έντονο μαύρο είναι πιθανό να ακολουθήσει; Εξηγήστε συνοπτικά την απάντησή σας.

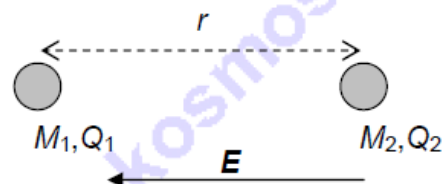


Τέταρτο Θεωρητικό Ερώτημα

- A.** Ένα mol ιδανικού αερίου βρίσκεται σε δοχείο με σταθερά και διαθερμικά τοιχώματα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει θερμοκρασία 177°C . Στα έξι πρώτα λεπτά το αέριο ψύχεται και τη χρονική στιγμή $t=6\text{ min}$ τίθεται σε λειτουργία μία αντλία η οποία απορροφά αέριο από το εσωτερικό του δοχείου ενώ η θερμοκρασία από τα 6 min και μετά παραμένει σταθερή. Η πίεση μέσα στο δοχείο μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο τόσο κατά τη διάρκεια της ψύξης όσο και κατά τη διάρκεια της απορρόφησης του αερίου, η οποία σταματά τη χρονική στιγμή 15 min , όπως φαίνεται στο γράφημα, και ενώ η πίεση που επικρατεί στο δοχείο έχει πέσει στο $1/3$ της αρχικής. Να βρείτε την ποσότητα του αερίου που απορρόφησε η αντλία.



- B.** Δύο σωμάτια με μάζες $M_1=3m$, $M_2=m$ και ηλεκτρικά φορτία $Q_1=+3q$, $Q_2=-q$ βρίσκονται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E και κρατούνται ακίνητα σε απόσταση r , όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν αφεθούν ελεύθερα τότε η μεταξύ τους απόσταση r παραμένει σταθερή. Να βρείτε την απόσταση r ως συνάρτηση των k , q , E , όπου k η ηλεκτρική σταθερά.



Πέμπτο Θεωρητικό Ερώτημα

Ο μικρός Γιάννης παίζει και φυσά μέσα από ένα πλαστικό παιχνίδι σαπουνόφουσκες οι οποίες αποτελούνται από νερό και σαπούνι. Ορισμένες από αυτές ισορροπούν στιγμιαία στον αέρα του δωματίου του, ο οποίος βρίσκεται υπό κανονικές συνθήκες.

α) Βρείτε τη σχετική λεπτότητα της σαπουνόφουσκας η οποία ορίζεται ως ο λόγος πάχος/ακτίνα.

β) Βρείτε τη μάζα του υγρού μιας σαπουνόφουσκας με ακτίνα $r=5\text{cm}$.

Η μέση γραμμομοριακή μάζα του αέρα είναι $M=29\text{ g/mol}$, η θερμοκρασία του αέρα στο εσωτερικό της σαπουνόφουσκας είναι όση η φυσιολογική θερμοκρασία του ανθρώπινου σώματος, δηλαδή 37°C και η πυκνότητα της σαπουνόφουσκας είναι ίση με την πυκνότητα του καθαρού νερού 10^3kg/m^3 . Η πυκνότητα του αέρα είναι $1,29\text{kg/m}^3$ σε Κανονικές Συνθήκες.

Σημείωση: Μη λάβετε υπ' όψιν την επίδραση της επιφανειακής τάσης του υγρού. Η άνωση στη σταγόνα ισούται με το βάρος του εκτοπιζόμενου αέρα.

Έκτο Θεωρητικό Ερώτημα

Ένα σώμα μάζας $m=25\text{kg}$ τοποθετείται στη θέση $x=0$ οριζόντιας επιφάνειας μήκους 20m , η οποία έχει όριο θραύσης $F_{\theta\rho}=150\text{N}$, σε τόπο όπου $g=10\text{m/s}^2$. Στο σώμα ασκείται δύναμη F το μέτρο της οποίας δίνεται από τη σχέση $F=2x^2-40x+350$ (S.I.) ενώ η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με την επιφάνεια (πάνω από την γραμμή του ορίζοντα).

A. Να ελέγξετε αν το σώμα μπορεί να διανύσει όλο το μήκος της επιφάνειας με ασφάλεια. Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.

B. Αν απαντήσετε αρνητικά στο προηγούμενο ερώτημα, να βρείτε i) τα όρια ασφαλούς κίνησης του σώματος και ii) την τιμή της γωνίας θ , για την οποία το σώμα μπορεί να διανύσει την επιφάνεια, χωρίς να προκληθεί θραύση της τελευταίας.

Πρώτο Πειραματικό Ερώτημα

Με τη βοήθεια μιας κάμερας κινηματογραφούμε την οριζόντια βολή που εκτελεί ένα σώμα με αρχική ταχύτητα u_0 . Το βίντεο της κίνησης το εισάγουμε σε κατάλληλο πρόγραμμα βίντεο – ανάλυσης, το οποίο εξαγεί τα πειραματικά αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα

Θέση σώματος στον y- άξονα	Θέση του σώματος στον x- άξονα
0,00	0,0
-0,03	0,1
-0,10	0,2
-0,21	0,3
-0,40	0,4
-0,65	0,5
-0,87	0,6
-1,15	0,7
-1,52	0,8
-2,10	0,9
-2,50	1,0

α) Επιλέξτε τα κατάλληλα μεγέθη ώστε από τη γραφική παράσταση που θα κατασκευάσετε να μπορέσετε να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 .

β) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα 6 φορές και μετράμε με τη βοήθεια μεζούρας το βεληνεκές του σώματος. Οι μετρήσεις που λάβαμε είναι οι ακόλουθες:

1,10m	1,00m	1,15m	1,05m	1,00m	1,10m
-------	-------	-------	-------	-------	-------

ι) Υπολογίστε τη μέση τιμή του βεληνεκούς καθώς και το σφάλμα μέσης τιμής.

Η μέση τιμή ενός μεγέθους δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Το σύμβολο $\sum_{i=1}^N$ σημαίνει άθροισμα από $i=1$ έως N .

ενώ το σφάλμα μέσης τιμής δίνεται από τον τύπο:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

όπου x_i οι πειραματικές μετρήσεις του βεληνεκούς και N ο αριθμός των μετρήσεων αυτών.

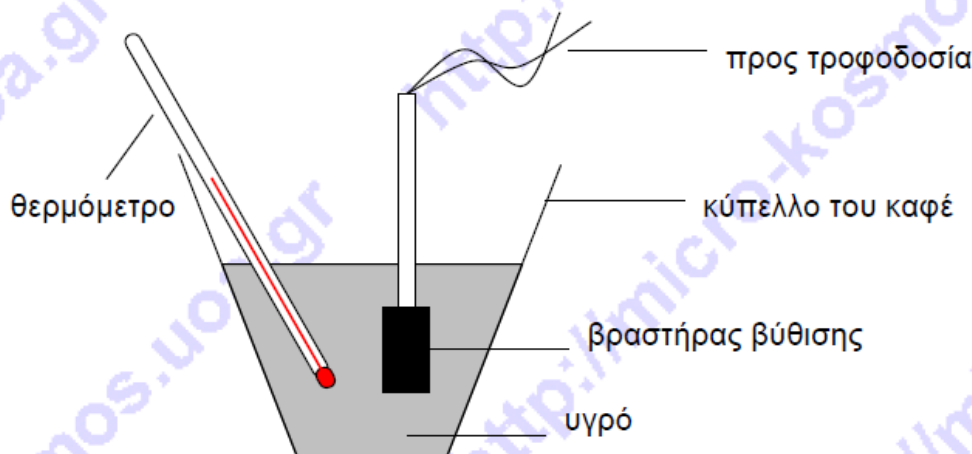
- ii) Αναφέρετε τους λόγους για τους οποίους οι τιμές του βεληνεκούς του σώματος διαφέρουν μεταξύ τους.

Δεύτερο Πειραματικό Ερώτημα

Σε ένα εργαστήριο επίλυσης προβλημάτων ο καθηγητής ανέθεσε σε μια ομάδα μαθητών να βρουν την ειδική θερμότητα ενός υγρού παρέχοντάς τους τα παρακάτω υλικά και όργανα:

Το υγρό, κύπελλο του καφέ (200ml), ηλεκτρονική ζυγαριά, χρονόμετρο, θερμόμετρο, και ηλεκτρικό βραστήρα βύθισης με ισχύ 50W (σαν αυτούς που χρησιμοποιούν σε καφετέριες όπου βυθίζουν το κυλινδρικό του κάτω μέρος στο μίγμα για να βράσει).

Οι μαθητές σχεδίασαν τη διάταξη που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και υπέθεσαν ότι η ηλεκτρική ενέργεια την οποία καταναλώνει ο βραστήρας ισούται με τη θερμότητα που μεταφέρεται στο υγρό.



Στην προεργαστηριακή διαδικασία είχε δοθεί στους μαθητές μια σειρά ερωτήσεων οι οποίες είχαν σκοπό να τους βοηθήσουν στην επίλυση του εργαστηριακού προβλήματος, υπενθυμίζοντάς τους το νόμο της θερμιδομετρίας $Q=mc\Delta\theta$, και το τι εκφράζει η ειδική θερμότητα c .

(i) Περιγράψτε αναλυτικά την πειραματική διαδικασία που θα ακολουθούσατε και πιθανώς ακολούθησε και η ομάδα των μαθητών αναφέροντας και ποια μεγέθη θα μετρούσατε αλλά και πως από τα πειραματικά δεδομένα και την ισχύ του βραστήρα, θα υπολογίζατε την ειδική θερμότητα του υγρού.

(ii) Αναφέρατε τρεις τουλάχιστον λόγους στους οποίους οφείλονται τα σφάλματα στον υπολογισμό της ειδικής θερμότητας.

(iii) Η ειδική θερμότητα του υγρού αυτού βρέθηκε μικρότερη από εκείνη του νερού. Αν αναμείξουμε ίσες μάζες υγρού θερμοκρασίας 80°C και νερού θερμοκρασίας 20°C , θα αποκατασταθεί θερμική ισορροπία σε θερμοκρασία:

α) μικρότερη από 50°C , β) μεγαλύτερη από 50°C , γ) ίση με 50°C

Να εξηγήσετε πλήρως την απάντησή σας.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Πρώτο Θεωρητικό Ερώτημα

A.

Ονομάζουμε τις κορυφές της κάτω βάσης του τετραγώνου με τα διαδοχικά κεφ. γράμματα Α, Β, Γ, Δ (με φορά αντίθετη της φοράς των δεικτών του ρολογιού). Όμοια τις κορυφές της πάνω (απέναντι της κάτω βάσης) πλευράς με τα διαδοχικά κεφ. γράμματα Ε, Ζ, Η, Θ (και εδώ με φορά αντίθετη της φοράς των δεικτών του ρολογιού).

Αν εφαρμόσουμε τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff στους κόμβους του κυκλώματος θα έχουμε: στο σημείο Α “εισέρχεται” ρεύμα έντασης i . Επειδή όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες με R λόγω συμμετρίας του κυκλώματος, το ρεύμα χωρίζεται σε $i/3$, $i/3$, $i/3$ και διαρρέει τους κλάδους ΑΒ, ΑΔ, ΑΕ.

Το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο ΑΕ, φτάνει στον κόμβο Ε και χωρίζεται (για τον ίδιο λόγο με πριν: ισότητα αντιστάσεων) σε $(i/3)/2 = i/6$ που διαρρέει τον κλάδο ΕΖ και $(i/3)/2 = i/6$ που διαρρέει τον κλάδο ΕΘ που μας ενδιαφέρει.

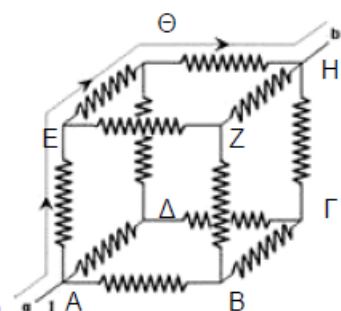
Στον κόμβο Θ φτάνει το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο ΕΘ και είναι ίσο με $i/6$ και το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο ΔΘ (επίσης ίσο με $i/6$) τα οποία και προστίθενται.

Τέλος στον κόμβο Η φτάνουν τρία ρεύματα (που διαρρέουν τους κλάδους ΘΗ, ΖΗ, ΓΗ) έντασης $i/3$ το καθένα. Επομένως από το σημείο Η “εξέρχεται” ρεύμα συνολικής έντασης ίση με i .

$$\text{Επομένως } V_A - V_H = (i/3) \cdot R + (i/6) \cdot R + (i/3) \cdot R = 5/6 i \cdot R \quad (1)$$

$$\text{Επίσης ισχύει: } V_A - V_H = i \cdot R_{\text{ολ}} \quad (2)$$

Άρα από 1 και 2 προκύπτει εύκολα ότι: $R_{\text{ολ}} = 5/6 R$



B.

Σωστή είναι η β διότι η μπαταρία αποδίδει πιο γρήγορα ενέργεια όταν οι λαμπτήρες είναι παράλληλα συνδεδεμένοι. Η ισχύς της μπαταρίας είναι $P = E I$ και το ρεύμα $I = E/R_{\text{ολ}}$ στην περίπτωση που οι λαμπτήρες είναι παράλληλα συνδεδεμένοι θα είναι μεγαλύτερο αφού η συνολική αντίσταση $R_{\text{ολ}}$ θα είναι μικρότερη.

Δεύτερο Θεωρητικό Ερώτημα

A. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας:

$$U = U_1 + U_2$$

οπότε $\frac{3}{2}(n_1 + n_2)RT = \frac{3}{2}n_1RT_1 + \frac{3}{2}n_2RT_2$ από την οποία

$$T = \frac{n_1T_1 + n_2T_2}{(n_1 + n_2)}$$

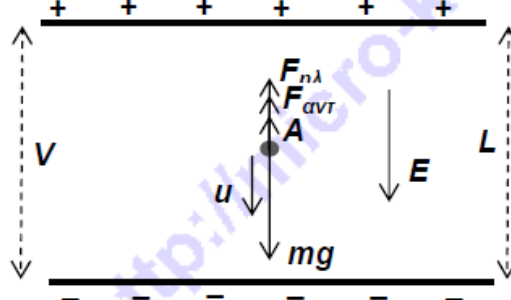
$$T = \frac{\frac{P_1V_1}{RT_1}T_1 + \frac{P_2V_2}{RT_2}T_2}{\frac{P_1V_1}{RT_1} + \frac{P_2V_2}{RT_2}}$$

$$T = \frac{(P_1V_1 + P_2V_2)T_1T_2}{(P_1V_1T_2 + P_2V_2T_1)}$$

B. Αν u η σταθερή οριακή ταχύτητα με την οποία πέφτει η σταγόνα από τον πρώτο νόμο του Newton θα είναι: $mg = A + F_{αντ} + F_{ηλ}$ οπότε

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 dg + 6\pi nr u + \frac{qV}{L} \quad (1)$$

Από την οποία προκύπτει ότι:



$$u = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho - d) - (q \frac{V}{L})}{6\pi nr}$$

Και αντικαθιστώντας βρίσκουμε ότι: $u = 2,59 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$.

Στο κλασικό πείραμα Millikan χρησιμοποιήθηκε η ίδια διάταξη για τον καθορισμό του φορτίου του ηλεκτρονίου. Χρησιμοποιήθηκε όμως και ένα μικροσκόπιο για την εύρεση της οριακής ταχύτητας της σταγόνας και στη συνέχεια από την εξίσωση (1) υπολογίστηκε το φορτίο της σταγόνας.

Τρίτο Θεωρητικό Ερώτημα

Σωστό είναι το γ.

Τέταρτο Θεωρητικό Ερώτημα

A. Αφού στα 6 πρώτα min η πίεση μειώνεται γραμμικά με το χρόνο θα ισχύει:

$$\frac{P_0 - \frac{P_0}{3}}{15} = \frac{P_0 - P_6}{6} \quad \text{οπότε η πίεση τη χρονική στιγμή 6min θα είναι: } P_6 = \frac{33P_0}{45} \quad (1)$$

Κατά τη διάρκεια των 6 πρώτων min η ποσότητα του αερίου στο δοχείο είναι $n_0 = 1 \text{ mol}$.

Έστω n τα mol του αερίου που παρέμειναν στο δοχείο μετά τον τερματισμό της λειτουργίας της αντλίας. Εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση τη χρονική στιγμή 6 min και τη χρονική στιγμή 15 min έχουμε:

$$P_6 V = n_0 R T_6 \quad \text{οπότε από την (1)} \quad \frac{33 P_0}{45} V = n_0 R T_6 \quad (2) \quad \text{και}$$

$$\frac{P_0}{3} V = n R T_6 \quad (3) \quad \text{Διαιρώντας κατά μέλη τις (2) και (3) παίρνουμε } n = \frac{15}{33} n_0 = \frac{15}{33} \text{ mol}$$

Οπότε η ποσότητα του αερίου που απορρόφησε η αντλία θα είναι: $n_0 - n = 1 - \frac{15}{33} = \frac{18}{33} = \frac{6}{11} \text{ mol}$

Πέμπτο Θεωρητικό Ερώτημα

α) Σε κάθε σαπουνόφουσκα ασκούνται το βάρος του υγρού της σαπουνόφουσκας, το βάρος του αέρα που περιέχει και η άνωση. Επειδή η σαπουνόφουσκα ισορροπεί θα είναι:

$$m_{\text{υγρ}} g + \rho_{\text{α}} V g = \rho_0 V g \quad (1)$$

Όπου $\rho_{\text{α}}$ η πυκνότητα του αέρα στο εσωτερικό της σαπουνόφουσκας σε θερμοκρασία T ίση με εκείνη του ανθρώπινου σώματος και ρ_0 η πυκνότητα του αέρα σε κανονικές συνθήκες.

Από την καταστατική εξίσωση προκύπτει εύκολα ότι:

$$\rho_{\text{α}} = \frac{MP}{RT} \quad (2) \quad \text{και} \quad \rho_0 = \frac{MP}{RT_0} \quad (3)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (2) και (3) έχουμε:

$$\frac{\rho_{\text{α}}}{\rho_0} = \frac{T_0}{T} \quad (4)$$

Από την (1) $m_{υγρ} = (\rho_0 - \rho_T)V$ και με τη βοήθεια της (4)

$$m_{υγρ} = (\rho_0 - \rho_0 \frac{T_0}{T})V \text{ και επειδή } V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$m_{υγρ} = \rho_0 (1 - \frac{T_0}{T}) \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (5)$$

Όμως ο όγκος του υγρού της σαπουνόφουσкас είναι: $V_1 = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \Delta r$ (6)

όπου Δr το πάχος της σαπουνόφουσкас.

Η μάζα του υγρού της σαπουνόφουσкас αφού αυτό έχει την ίδια πυκνότητα με το νερό θα είναι:

$$m_{υγρ} = \rho_{νερ} V_1 \quad (7) \quad \text{η οποία με τη βοήθεια της (6) δίνει:}$$

$$m_{υγρ} = \rho_{νερ} 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \Delta r \quad (8)$$

Από την (8) με τη βοήθεια της (5) έχουμε ότι:

$$\Delta r = \frac{\rho_0}{3\rho_{νερ}} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) r$$

$$\text{και μετά τις πράξεις: } \Delta r = \frac{1,29}{3000} 0,12r,$$

οπότε:

$$\frac{\Delta r}{r} = 5,16 \cdot 10^{-5} \quad (9)$$

β) Η μάζα της σαπουνόφουσкас θα είναι:

$$m_{υγρ} = \rho_{υγρ} V = \rho_{υγρ} 4\pi r^2 \Delta r \text{ και με τη βοήθεια της (9)}$$

$$m_{υγρ} = \rho_{υγρ} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 5,16 \cdot 10^{-5} r \text{ από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:}$$

$$m_{υγρ} \cong 81 \cdot 10^{-3} g$$

Έκτο Θεωρητικό Ερώτημα

$$A. \dot{F}_y = (2x^2 - 40x + 350) \eta \mu(30^\circ) = x^2 - 20x + 175$$

$$N = w - F_y = -x^2 + 20x + 75$$

$$\text{Πρέπει } N \leq 150 \text{ N} \Rightarrow -x^2 + 20x + 75 \leq 150 \text{ N} \Rightarrow -x^2 + 20x - 75 \leq 0$$

$$x_1 = 5\text{m και } x_2 = 15\text{m}$$

Εκτός του διαστήματος των ριζών το τριώνυμο είναι ομόσημο του $\alpha = -1$, δηλ. το σώμα κινείται με ασφάλεια μέχρι τα 5m (αν τηλεμεταφερθεί μπορεί επίσης να κινηθεί και μετά τα 15m!).

B.

i) $[0, 5]$ (τυπικά και $[15, 20]$)

ii) $F_y = (2x^2 - 40x + 350)\eta\mu\theta$

$N = w - F_y = 250 - (2x^2 - 40x + 350)\eta\mu\theta$

Πρέπει $N \leq 150 \text{ N} \Rightarrow 250 - (2x^2 - 40x + 350)\eta\mu\theta \leq 150 \text{ N} \Rightarrow 100 - (2x^2 - 40x + 350)\eta\mu\theta \leq 0 \Rightarrow$
 $-2\eta\mu\theta x^2 + 40\eta\mu\theta x + 100 - 350\eta\mu\theta \leq 0$

Πρέπει το τριώνυμο να είναι ομόσημο του αρνητικού $a (= -2\eta\mu\theta$ με θ οξεία) για κάθε x , δηλ. πρέπει $\Delta < 0 \Rightarrow 1600\eta\mu^2\theta + 4 \cdot 2\eta\mu\theta(100 - 350\eta\mu\theta) < 0 \Rightarrow -1200\eta\mu^2\theta + 800\eta\mu\theta < 0 \Rightarrow$
 $-3\eta\mu^2\theta + 2\eta\mu\theta < 0 \quad (1)$

Οι ρίζες της $-3\eta\mu^2\theta + 2\eta\mu\theta = 0$ είναι $\eta\mu\theta = 0$ και $\eta\mu\theta = 2/3$. Το τριώνυμο αυτό είναι ομόσημο του $a = -3$ εκτός των ριζών, δηλ. $\eta\mu\theta > 2/3$ ή $\eta\mu\theta < 0$.

Η δεύτερη απορρίπτεται γιατί δίνει $\theta < 0^\circ$ ή $\theta > 180^\circ$, δηλ. είτε F_y αρνητική ή F_x αρνητική. Συναληθεύοντας την πρώτη με την απαίτηση η θ να είναι οξεία καταλήγουμε:

$$\begin{cases} \eta\mu\theta > 2/3 \\ \eta\mu\theta < 1 \end{cases}$$

(Δηλ. περίπου $41,81^\circ < \theta < 90^\circ$)

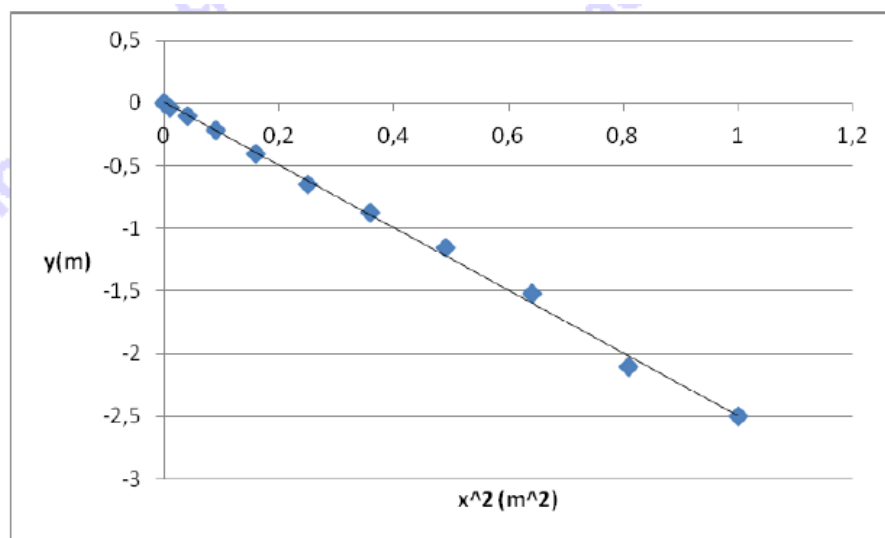
Πρώτο Πειραματικό Ερώτημα

α) Η σχέση που συνδέει κάθε στιγμή τη θέση του σώματος στον x -άξονα με τη θέση του σώματος στον y -άξονα είναι η εξής:

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}gt^2 \\ x = v_0t \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$$

Με βάση τη πιο πάνω σχέση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση y συναρτήσει του x^2 . Επομένως, κατασκευάζουμε τον ακόλουθο πίνακα τιμών

Θέση σώματος στον y - άξονα (m)	Θέση του σώματος στον x - άξονα (m)
0	0
-0,03	0,01
-0,1	0,04
-0,21	0,09
-0,4	0,16
-0,65	0,25
-0,87	0,36
-1,15	0,49
-1,52	0,64
-2,1	0,81
-2,5	1



Από τη κλίση της ευθείας συμπεραίνουμε ότι:

$$\frac{g}{2v_0} \cong 2,5 \Rightarrow v_0 \cong \frac{g}{2 \cdot 2,5} \cong \frac{10}{5} \cong 2 \text{ m/s}$$

β)

ι) Η μέση τιμή του βεληνεκούς του σώματος είναι ίση με:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{6} (1,1 + 1 + 1,2 + 1,05 + 1 + 1,1) = 1,075 \text{ m}$$

Η οποία στρογγυλοποιείται σε 1,08m αφού οι μετρήσεις γίνονται με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Το σφάλμα μέσης τιμής μπορεί να υπολογιστεί με την ακόλουθη διαδικασία:

Δημιουργία κατάλληλου πίνακα τιμών

$x_i \text{ (m)}$	$x_i - \bar{x} \text{ (m)}$	$(x_i - \bar{x})^2 \text{ (m}^2\text{)}$
1,1	0,025	0,000625
1	-0,075	0,005625
1,2	0,125	0,015625
1,05	-0,025	0,000625
1	-0,075	0,005625
1,1	0,025	0,000625

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{0,2875}{6 \cdot 5}} = \sqrt{0,00958} \cong 0,097877 \cong 0,10 \text{ m}$$

- ii) Σε κάθε διεξαγωγή του πειράματος οι συνθήκες δεν είναι πάντοτε ίδιες. Πιθανές μεταβλητές που αλλάζουν κάθε φορά είναι η αντίσταση του αέρα, η αρχική ταχύτητα, ο τρόπος που τίθεται σε κίνηση το σώμα κ.α.

Δεύτερο Πειραματικό Ερώτημα

(i)

- Μέτρηση με τον ηλεκτρονικό ζυγό της μάζας M_k του κυπέλλου όταν είναι άδειο.
- Μέτρηση με τον ηλεκτρονικό ζυγό της μάζας M του κυπέλλου με το υγρό.
- Υπολογισμός της μάζας του υγρού $m=M-M_k$
- Βύθιση του βραστήρα στο υγρό.
- Μέτρηση της αρχικής θερμοκρασίας T_1 του υγρού.
- Άναμμα του βραστήρα και εκκίνηση του χρονόμετρου ταυτόχρονα.
- Ανάδευση με τον βραστήρα χωρίς να ακουμπά στα τοιχώματα του κυπέλλου.
- Μόλις η θερμοκρασία του υγρού φτάσει στους 70°C περίπου σβήσιμο του βραστήρα και σταμάτημα του χρονόμετρου ταυτόχρονα.
- Μέτρηση της μέγιστης θερμοκρασίας T_2 του υγρού, και του χρόνου t που ήταν αναμμένος ο βραστήρας.

Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν απώλειες, η θερμότητα που μεταφέρθηκε στο υγρό ισούται με την ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρθηκε στο βραστήρα δηλαδή:

$mc(T_2-T_1)=Pt$ όπου c η ειδική θερμότητα του υγρού, έτσι:

$$c = \frac{Pt}{m(T_2 - T_1)}$$

(ii)

- Θέρμανση του βραστήρα
- μεταφορά θερμότητας στο θερμόμετρο.
- μεταφορά θερμότητας στο κύπελλο.

(iii) Σωστή είναι η α.

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρώτο Θεωρητικό Ερώτημα

A. Μια νυχτερίδα κινείται με ταχύτητα 5 m/s κυνηγώντας ένα ιπτάμενο έντομο το οποίο κινείται στην ίδια κατεύθυνση με αυτήν. Η νυχτερίδα εκπέμπει ήχο με συχνότητα 40 kHz και αντιλαμβάνεται από ανάκλαση στο έντομο ήχο με συχνότητα $40,4 \text{ kHz}$. Με τι ταχύτητα κινείται το έντομο; Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $v_{\text{ηχ}}=340 \text{ m/s}$.

B. Μια μπάλα πέφτει από πολύ μεγάλο ύψος και χτυπάει στο οριζόντιο έδαφος ελαστικά. Να βρεθεί η επιτάχυνση της μπάλας αμέσως μετά την κρούση, εάν η αντίσταση του αέρα είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας. Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$.

Δεύτερο Θεωρητικό Ερώτημα

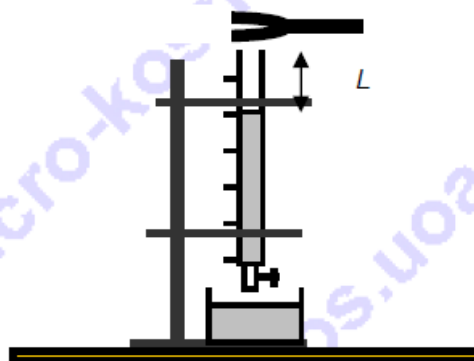
Σε μια πειραματική άσκηση χρησιμοποιήσαμε τη διάταξη που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Γεμίσαμε με νερό μια προχοΐδα, την στηρίξαμε κατακόρυφα και πλησιάσαμε στο ελεύθερο άκρο της ένα διεγερμένο διαπασών συχνότητας 440 Hz . Αφήνοντας, με τη βοήθεια της στρόφιγγας αργά-αργά ποσότητα νερού να εκρεύσει από την προχοΐδα διαπιστώσαμε ότι ο ήχος του διαπασών ακούγεται έντονα για πρώτη φορά όταν το μήκος της αέριας στήλης είναι $L=18,8 \text{ cm}$ και για δεύτερη όταν $L'=57,3 \text{ cm}$.

Στη συνέχεια τοποθετήσαμε πάνω στο διαπασών έναν "ιππέα" ώστε να αλλάζει η συχνότητα του ήχου που εκπέμπεται από αυτό και επαναλάβαμε την προηγούμενη διαδικασία οπότε οι τιμές που βρήκαμε ήταν $L=19,8 \text{ cm}$ και $L'=58,9 \text{ cm}$.

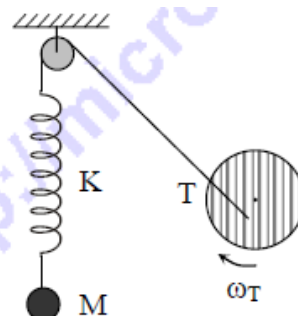
Να βρείτε:

- την ταχύτητα του ήχου στον αέρα.
- τη συχνότητα του διαπασών με τον ιππέα.



Τρίτο Θεωρητικό Ερώτημα

Ένα σώμα μάζας $M=1 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=4 \text{ N/cm}$. Όταν το σώμα ταλαντώνεται ελεύθερα, ενεργεί πάνω του δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{\text{αντ}}=-0,2v$ (S.I). Για να διατηρείται το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος σταθερό και ίσο με $A=20 \text{ cm}$, ασκούμε στο σύστημα εξωτερική περιοδική δύναμη μέσω του τροχού T



που τον στρέφουμε με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_T = 30 \text{ rad/s}$ (σχήμα).

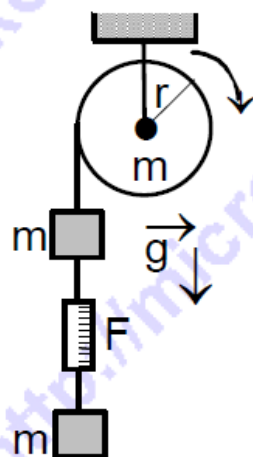
- Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της εξαναγκασμένης ταλάντωσης [$x=f(t)$, $v=f(t)$] θεωρώντας ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση.
- Να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο και για το χρονικό διάστημα από $t=0$ έως $t=2\pi/15 \text{ s}$ το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο σώμα κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωσή του. Με ποια περίοδο μεταβάλλεται το μέτρο της συνισταμένης δύναμης;
- Να βρείτε την απόλυτη τιμή του ρυθμού απορρόφησης ενέργειας από τη δύναμη της αντίστασης σε συνάρτηση με το χρόνο. Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρυθμού αυτού;
- Αν αυξήσουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα μείνει αμετάβλητο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Τέταρτο Θεωρητικό Ερώτημα

A. Άνθρωπος βρίσκεται μέσα σε ένα θάλαμο ο οποίος με τη βοήθεια συστήματος ελατηρίων εκτελεί κατακόρυφη ΑΑΤ, χωρίς αρχική φάση και θετική φορά κίνησης από κάτω προς τα πάνω. Μέσω κάποιου αισθητήρα δύναμης διασυνδεδεμένου με ηλεκτρονικό υπολογιστή είναι γνωστή η δύναμη $\vec{N}$ που δέχεται ο άνθρωπος από το δάπεδο του θαλάμου πρακτικά σε κάθε χρονική στιγμή (γιατί ο αισθητήρας λαμβάνει μετρήσεις με πολύ μεγάλη συχνότητα). Η μέγιστη τιμή της $\vec{N}$ είναι 1260 N και η ελάχιστη 140 N . Ο ελάχιστος χρόνος που περνά από τη στιγμή της καταγραφής της ελάχιστης ένδειξης ως την καταγραφή της μέγιστης ένδειξης είναι 1 s . Να βρεθούν

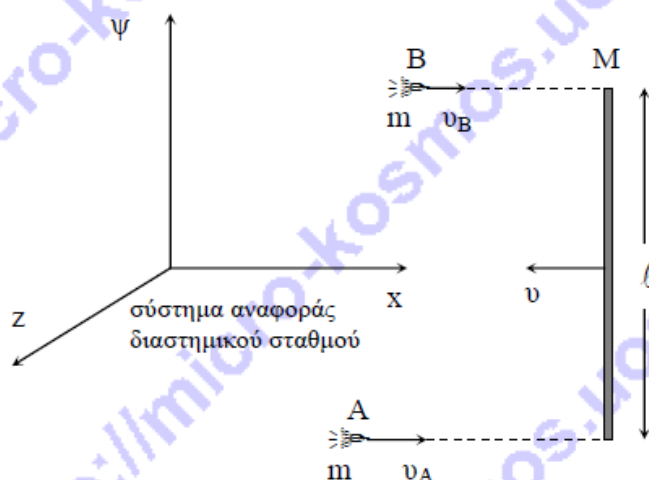
- Το βάρος του ανθρώπου
 - Η μέγιστη ταχύτητα του ανθρώπου
 - Η τιμή της $\vec{N}$ ως συνάρτηση του χρόνου και να γίνει το αντίστοιχο γράφημα.
- Δίνονται $g=10 \text{ m/s}^2$ και $\pi^2=10$

B. Η τροχαλία με μάζα m ακτίνα r και ροπή αδράνειας $I = \frac{mr^2}{2}$ του διπλανού σχήματος, περιστρέφεται δεξιόστροφα με τη βοήθεια ενός κινητήρα. Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι $F = \frac{6mg}{5}$. Το σχοινί και το δυναμόμετρο έχουν αμελητέα μάζα. Επίσης, το σχοινί δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία και είναι μη εκτατό. Υπολογίστε τη ροπή που δέχεται η τροχαλία από τον κινητήρα ως συνάρτηση των m, g, r .



Πέμπτο Θεωρητικό Ερώτημα

Μια μεγάλη λεπτή ομογενής ράβδος με μάζα $M=960\text{ kg}$ και μήκος $\ell=15\text{ m}$ κατευθύνεται προς ένα διαστημικό σταθμό με ταχύτητα μέτρου $u=2,5\text{ m/s}$ (ως προς το σταθμό) χωρίς να περιστρέφεται. Δυο αστροναύτες αφού βγουν από τον διαστημικό σταθμό χρησιμοποιούν τους προωθητήρες τους και κινούνται προς το μέρος της επερχόμενης ράβδου. Όταν φθάνουν στη ράβδο οι προωθητήρες τους έχουν σβήσει και προσκολλώνται ταυτόχρονα στη ράβδο αρπάζοντας τα δύο άκρα της. Οι ταχύτητές τους λίγο πριν την προσκόλλησή τους είναι κάθετες στη ράβδο και έχουν μέτρα $u_A=7,5\text{ m/s}$ και $u_B=2,5\text{ m/s}$ ως προς το διαστημικό σταθμό. Η μάζα του κάθε αστροναύτη μαζί με τον εξοπλισμό είναι $m=120\text{ kg}$.



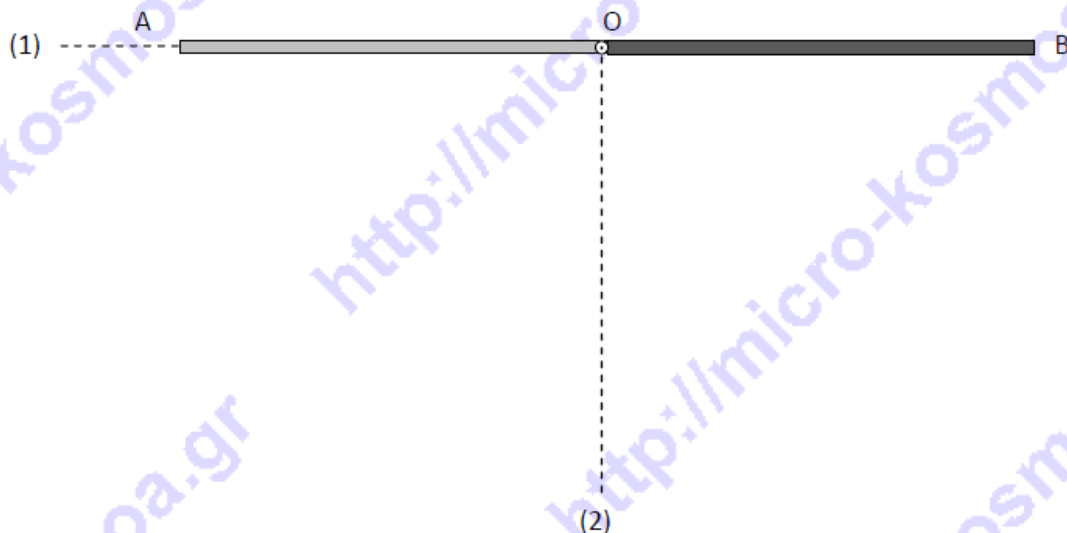
- Να βρεθεί η ταχύτητα ως προς το διαστημικό σταθμό του κέντρου μάζας του συστήματος ράβδος-αστροναύτες u_{KM} μετά την προσκόλληση των αστροναυτών.
- Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των αστροναυτών ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας ράβδος-αστροναύτες και η στροφορμή του συστήματος αυτού ως προς το κέντρο μάζας του λίγο πριν την επαφή των αστροναυτών στη ράβδο.
- Μετά την προσκόλληση των αστροναυτών ποια η περίοδος της περιστροφής του συστήματος ράβδος-αστροναύτες;
- Πόση η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την προσκόλληση;

Δίνεται η ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{\text{ράβδου}} = \frac{1}{12} M \ell^2$.

Να θεωρήσετε θετική τη φορά κίνησης των αστροναυτών, αμελητέα κάθε βαρυτική αλληλεπίδραση και τους αστροναύτες ως υλικά σημεία.

Έκτο Θεωρητικό Ερώτημα

Δύο ομογενείς ελαστικές πρισματικές ράβδοι με αμελητέο πλάτος, η ΟΑ και η ΟΒ, έχουν τις ίδιες ακριβώς διαστάσεις και μάζες αντίστοιχα $M_{OA} = M_1 = 1 \text{ kg}$ και $M_{OB} = M_2 = 3 \text{ kg}$. Το μήκος κάθε ράβδου είναι $\ell = 1,2 \text{ m}$ και οι δύο ράβδοι μπορούν (λόγω του αμελητέου πλάτους τους) να στρέφονται χωρίς τριβές στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κοινό τους άκρο Ο και είναι κάθετος στη διεύθυνσή τους.



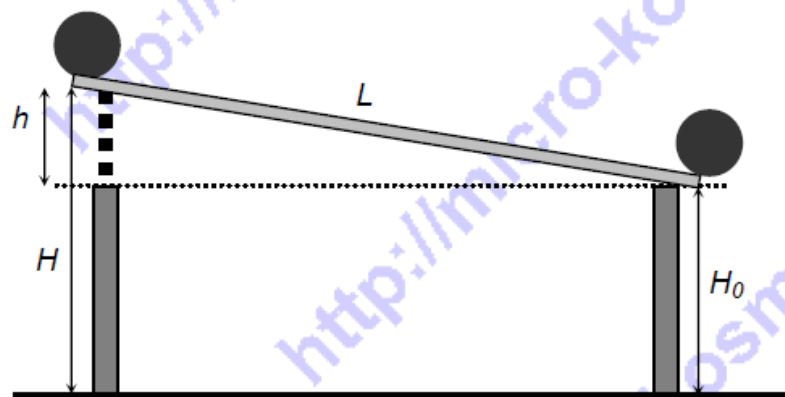
Κρατάμε αρχικά τις ράβδους στην οριζόντια διεύθυνση (1) και τις αφήνουμε ελεύθερες ταυτόχρονα χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε κάποια στιγμή οι ράβδοι συγκρούονται ελαστικά.

- Να αποδείξετε ότι οι δύο ράβδοι φτάνουν ταυτόχρονα στην κατακόρυφη διεύθυνση, όπου και συγκρούονται.
- Θεωρώντας ότι η κρούση των δύο ράβδων αρχίζει και τελειώνει στην κατακόρυφη διεύθυνση (δηλ. δε στρέφονται όσο διαρκεί η κρούση τους), να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιακών τους ταχυτήτων αμέσως μετά την κρούση.
- Ποια είναι η μέση (κατά μέτρο) ροπή που δέχθηκε η ράβδος ΟΑ κατά την κρούση, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης αυτής είναι $\Delta t = 0,05 \text{ s}$.
- Να εξετάσετε αν, μετά την κρούση, η ράβδος ΟΑ θα πραγματοποιήσει, ανακύκλωση.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η ροπή αδράνειας ομογενούς πρισματικής ράβδου μάζας M και μήκους L , ως προς άξονα κάθετο στη διεύθυνσή της και διερχόμενο από το ένα άκρο της $I = \frac{1}{3} ML^2$.

Πρώτο Πειραματικό Ερώτημα

A. Χρησιμοποιούμε εργαστηριακό πάγκο ως κεκλιμένο επίπεδο, ξύλινο χάρακα και χρονόμετρο. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται μια κατακόρυφη τομή του πάγκου.



Το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι $L=180\text{ cm}$, η μάζα του κυλίνδρου $m=496,5\text{ g}$ η ακτίνα του $r=2,5\text{ cm}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=9,8\text{ m/s}^2$.

1. Μετράμε τα ύψη H και H_0
2. Αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί και μετράμε (τρεις φορές) το χρόνο που χρειάζεται για να διανύσει όλο το μήκος του πάγκου.
3. Επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία για διάφορες τιμές των υψών H και H_0 .

Παρατηρήσεις:

- Για να κυλίεται ο κύλινδρος χωρίς να ολισθαίνει δεν πρέπει η επιφάνεια του πάγκου να είναι λεία.
- Για να μειώσουμε τα σχετικά σφάλματα μέτρησης των χρόνων πρέπει τα ύψη h να είναι σχετικά μικρά.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ

$H\text{ (cm)}$	$H_0\text{ (cm)}$	$h\text{ (cm)}$	$t_1\text{ (s)}$	$t_2\text{ (s)}$	$t_3\text{ (s)}$	$t\text{ (s)}$	$a\text{ (cm/s}^2\text{)}$
84,0	80,1		4,85	4,84	4,82		
86,2	80,0		3,96	3,88	3,93		
89,5	79,9		3,11	3,15	3,16		
92,9	79,8		2,69	2,69	2,70		
95,4	79,8		2,50	2,53	2,54		

α. Να βρείτε και να συμπληρώσετε στον προηγούμενο πίνακα για κάθε περίπτωση:

- τις τιμές του ύψους h .
- τις μέσες τιμές του χρόνου t .
- τις τιμές της επιτάχυνσης a του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

β. Να δείξετε ότι αν η ροπή αδράνειας I του κυλίνδρου τεθεί $I = \lambda mr^2$ προκύπτει:

$$\alpha = kh \text{ με } k = \frac{g}{(1 + \lambda)L}$$

γ. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα $\alpha = f(h)$ με βάση τις τιμές του πίνακα.

δ. Να βρείτε την κλίση $k = \Delta\alpha / \Delta h$.

ε. Να βρείτε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου.

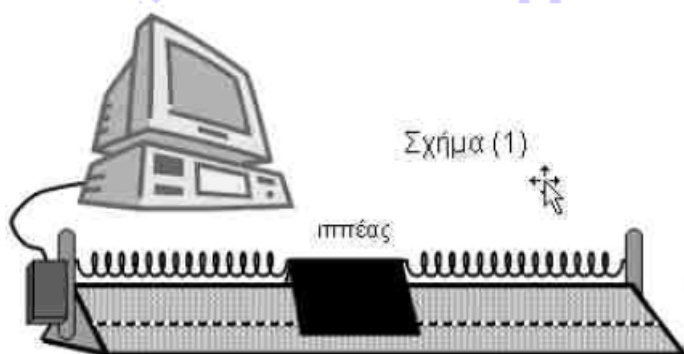
στ. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου με τη βοήθεια της σχέσης: $I = mR^2/2$.

ζ. Να υπολογίσετε το σχετικό σφάλμα της τιμής που βρέθηκε πειραματικά.

Β. Σε ένα εργαστήριο Φυσικής, είναι εγκατεστημένος ένας αεροδιάδρομος, ο οποίος είναι συνδεδεμένος με Η/Υ μέσω ενός interface / καταγραφικού.

Πάνω στον αεροδιάδρομο ένα σώμα (ιππέας) μπορεί να κινείται χωρίς τριβές λόγω του λεπτού στρώματος αέρα που υπάρχει μεταξύ του ιππέα και του αεροδιαδρόμου. Στον ιππέα προσαρμόζονται δύο ελατήρια με σταθερά k το καθένα. Τα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων στερεώνονται

στον αεροδιάδρομο και το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του όπως φαίνεται στο σχήμα (1). Το σώμα εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του και με κατάλληλο απτήρα αφήνεται ελεύθερο ενώ αυτόματα τίθεται σε λειτουργία το καταγραφικό.



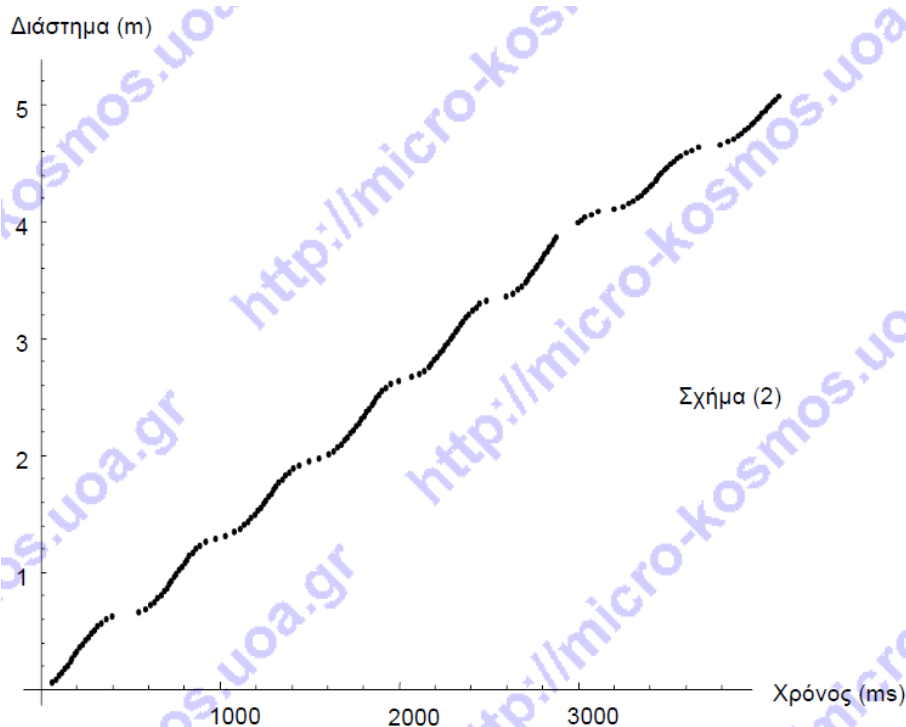
Η κατασκευή του αεροδιαδρόμου και του καταγραφικού είναι τέτοια* ώστε αυτό να καταγράφει τιμές σε συγκεκριμένα χωρικά διαστήματα 3 cm το καθένα χωρίς να αντιλαμβάνεται την αλλαγή στην κατεύθυνση της κίνησης του σώματος. Δημιουργείται έτσι ένας πίνακας τιμών διαστήματος-χρόνου από τον οποίο προκύπτει στην οθόνη του υπολογιστή η γραφική παράσταση διαστήματος-χρόνου που φαίνεται στο σχήμα (2).

Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού να βρείτε:

α. Την περίοδο και το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα, δίνοντας τις απαραίτητες εξηγήσεις.

β. Τη σταθερά κάθε ελατηρίου αν η μάζα του ιππέα είναι 200 g. Δίνεται $\pi^2 = 10$.

* Ο ιππέας φέρει μαγνήτη και ο αεροδιάδρομος κατάλληλη διάταξη σε σχήμα μαιάνδρου με διάκενα που απέχουν 3 cm. Η λειτουργία του καταγραφικού στηρίζεται στο φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής.



Δεύτερο Πειραματικό Ερώτημα

Σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα για την ψύξη, ο ρυθμός ψύξης ενός σώματος είναι ανάλογος της θερμοκρασιακής διαφοράς μεταξύ του σώματος και του περιβάλλοντος, όταν η θερμοκρασιακή διαφορά δεν είναι πολύ μεγάλη. Ένα φλιτζάνι ζεστό τσάι ψύχεται γρηγορότερα σε ένα κρύο δωμάτιο απ' ό,τι σε ένα ζεστό δωμάτιο. Η εξίσωση η οποία περιγράφει τη χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας του τσαγιού είναι:

$$T_{(t)} = T_{\delta\omega\mu} + (T_{(0)} - T_{\delta\omega\mu})e^{-kt}$$

όπου $T_{(t)}$ η θερμοκρασία του τσαγιού σε κάθε χρονική στιγμή t , $T_{\delta\omega\mu}$ η θερμοκρασία του δωματίου, $T_{(0)}$ η αρχική θερμοκρασία του τσαγιού τη χρονική στιγμή $t=0$ και k μια σταθερά.

α. Ποιες είναι οι μονάδες της σταθεράς k ;

β. Ένα ποτήρι με ζεστό τσάι τοποθετείται σε δωμάτιο θερμοκρασίας 15°C . Η θερμοκρασία του τσαγιού μετριέται σε διάφορες χρονικές στιγμές και κάποια από τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

t (min)	10	20	30	40	50	60	70	80
T ($^{\circ}\text{C}$)	65	49	38	30	25	22	20	18

Κάντε το κατάλληλο διάγραμμα το οποίο θα σας επιτρέψει να βρείτε τη σταθερά k χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα.

γ. Βρείτε τη σταθερά k . Εξηγήστε πλήρως τον τρόπο.

δ. Ποια ήταν η αρχική θερμοκρασία του τσαγιού;

ε. Πόσος χρόνος θα χρειαστεί για να ψυχθεί το τσάι στους 16°C ;

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Πρώτο Θεωρητικό Ερώτημα

$$\text{A. } f_{\text{EVT}} = \frac{340 - u_{\text{EVT}}}{340 - 5} 40 \text{ kHz} \quad 40,4 = \frac{340 + 5}{340 + u_{\text{EVT}}} \cdot \frac{340 - u_{\text{EVT}}}{340 - 5} 40 \Rightarrow u_{\text{EVT}} = 3,3 \text{ m/s}$$

Β. Πέφτοντας από μεγάλο ύψος αποκτά οριακή ταχύτητα όταν $mg = kv^2$. Αφού η κρούση με το έδαφος είναι ελαστική ανακλάται με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα προς τα πάνω. Αμέσως μετά την ανάκλαση $\Sigma F = ma$ δηλαδή $2mg = ma$ άρα $a = 2g$

Δεύτερο Θεωρητικό Ερώτημα

$$\begin{array}{l|l} \alpha. \quad L = \lambda/4 & \\ L' = 3\lambda/4 & \lambda = 77 \text{ cm} \\ & c = \lambda f \quad \rightarrow c = 338,9 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \beta. \quad L = \lambda'/4 & \\ L' = 3\lambda'/4 & \lambda' = 78,2 \text{ cm} \\ & c = \lambda' f' \quad \rightarrow f' = 433 \text{ Hz} \end{array}$$

Τρίτο Θεωρητικό Ερώτημα

Β. α. Η κυκλική συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης συμπίπτει με τη γωνιακή ταχύτητα του τροχού, δηλαδή $\omega = \omega_T = 30 \text{ r/s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής $x = A \eta \mu \omega t$ και με αντικατάσταση:

$$x = 0,2 \cdot \eta \mu 30t \quad (1) \quad [\text{S.I.}] \quad \text{αφού } \varphi_0 = 0.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας είναι $v = A \omega \sigma \nu \omega t$ και με αντικατάσταση:

$$v = 6 \cdot \sigma \nu \mu 30t \quad (2) \quad [\text{S.I.}]$$

β. Αφού η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής $x=A\eta\mu\omega t$ η συνισταμένη δύναμη θα συνδέεται με την απομάκρυνση με τη σχέση:

$$F_{ολ} = -D \cdot x \quad (3), \quad \text{όπου } D = M\omega^2, \text{ ή με αντικατάσταση:}$$

$$D = 900 \text{ N/m} \quad (4).$$

Από (3), (4) και (1) τελικά προκύπτει:

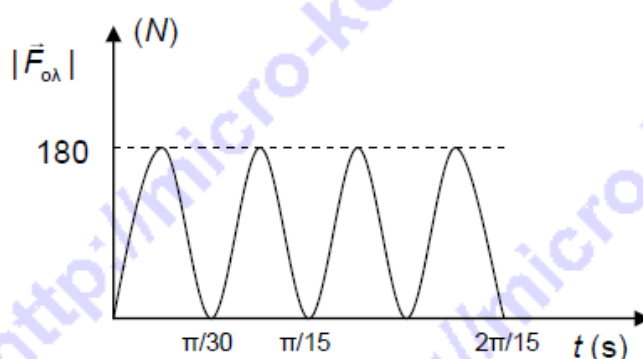
$$|\vec{F}_{ολ}| = 180 \cdot |\eta\mu 30t| \quad (5) \quad [\text{S.I.}]$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = 2\pi/\omega = \pi/15 \text{ s}$.

Η περίοδος μεταβολής της $|\vec{F}_{ολ}|$ εύκολα προκύπτει ότι είναι:

$$T_{|\vec{F}_{ολ}|} = \frac{1}{2} \cdot T, \quad \text{ή:}$$

$$T_{|\vec{F}_{ολ}|} = \frac{\pi}{30} \text{ s} \quad (6)$$



γ. $|P| = \left| \frac{\Delta E_{\text{απορ}}}{\Delta t} \right| = |P_{F_{av}}| = \left| \frac{\Delta W_{F_{av}}}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-F_{av} \Delta x}{\Delta t} \right| = |F_{av}| \cdot u = b \cdot u \cdot u = b \cdot u^2$ και, λόγω της (2), τελικά:

$$|P| = 7,2 \cdot \sigma \eta \nu^2 30t \quad (7) \quad [\text{S.I.}]$$

Από την (7) προκύπτει:

$$|P_{\max}| = 7,2 \text{ J/s} \quad (8)$$

δ. Η κυκλική ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι $\omega_0 = \sqrt{\frac{\Lambda}{M}} = 20 \text{ r/s}$ και η κυκλική συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης $\omega = 30 \text{ r/s}$.

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 10/\pi \text{ Hz}$ και η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης που εκτελεί $f = \omega/2\pi = 15/\pi \text{ Hz}$.

Από την καμπύλη συντονισμού για το σύστημα προκύπτει ότι με αύξηση της γωνιακής ταχύτητας του τροχού (άρα και της συχνότητας του) το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα μειωθεί.

Τέταρτο Θεωρητικό Ερώτημα

A. α) Στον άνθρωπο ασκούνται δύο δυνάμεις. Η δύναμη που δέχεται ο άνθρωπος από το δάπεδο του θαλάμου και το βάρος του από τη Γή. Ο άνθρωπος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση οπότε $N - mg = -Dx$ και $N = mg - Dx$ (1)

Από την (1) προκύπτει ότι η $N_{\min}$ καταγράφεται όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης δηλ. $x = A$. Οπότε $N_{\min} = mg - DA$ (2)

Από την (1) προκύπτει ότι η $N_{\max}$ καταγράφεται όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης δηλ. $x = -A$. Οπότε $N_{\max} = mg + DA$ (3)

Από τις (2) και (3) προκύπτει ότι $mg = \frac{N_{\max} - N_{\min}}{2}$ και με αντικατάσταση προκύπτει ότι

$$mg = 700\text{N}$$

β) Ο άνθρωπος φθάνει από την κάτω ακραία θέση στην πάνω σε μισή περίοδο της ταλάντωσης του, οπότε:

$$\frac{T}{2} = 1(\text{s}) \quad \text{και} \quad T = 2(\text{s}). \quad \text{Η κυκλική συχνότητα} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ (rad/s)}$$

Αφού $mg = 700\text{N}$ και $g = 10\text{m/s}^2$ η μάζα του θα είναι $m = 70\text{Kg}$

Επίσης $D = m\omega^2$ οπότε $D = 70 \pi^2 \text{ N/m}$ δηλαδή $D = 700\text{N/m}$.

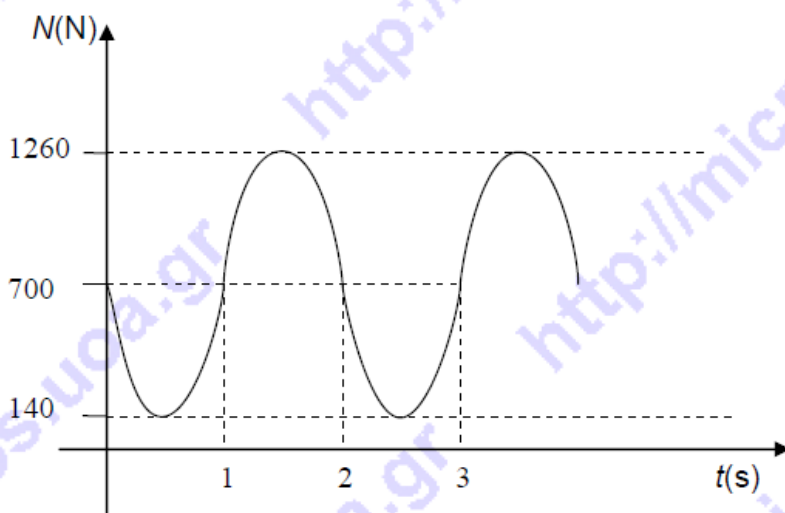
Από την (3) έχουμε $A = \frac{N_{\max} - mg}{D}$ και με αντικατάσταση $A = \frac{1260 - 700}{700} = 0,8\text{m}$

Η μέγιστη ταχύτητα θα είναι $u_{\max} = \omega A$ και αντικαθιστώντας $u_{\max} = 0,8\pi \text{ m/s}$

γ) $N - mg = -Dx$ ή

$$N = mg - Dx \quad \text{αλλά} \quad x = A\eta\mu\omega t \quad \text{έτσι:}$$

$$N = mg - DA\eta\mu\omega t \quad \text{και αντικαθιστώντας:} \quad N = 700 - 560\eta\mu\pi t$$



Β. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το κάτω σώμα έχουμε:

$$\frac{6mg}{5} - mg = ma \quad \text{οπότε}$$

$$\frac{mg}{5} = ma \quad \text{από την οποία} \quad a = \frac{g}{5}$$

$$\text{Όμως } a = \alpha_V r \quad \text{οπότε } \alpha_V = \frac{g}{5r} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το πάνω σώμα έχουμε:

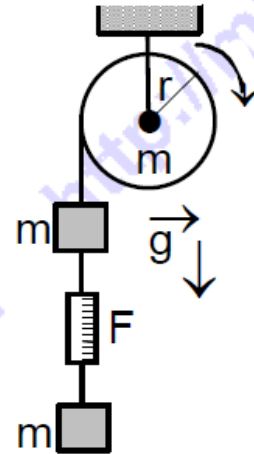
$$T - mg - F = ma \quad \text{από την οποία έχουμε:}$$

$$T = mg + \frac{6mg}{5} + \frac{mg}{5} \quad \text{δηλαδή: } T = \frac{12mg}{5} \quad (2)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την τροχαλία έχουμε:

$$T - \frac{12mg}{5} r = \frac{mr^2}{2} \frac{g}{5r} \quad \text{οπότε}$$

$$T = \frac{12mgr}{5} + \frac{mgr}{10} \quad \text{και τελικά } T = \frac{5mgr}{2}$$



Πέμπτο Θεωρητικό Ερώτημα

α) Επειδή στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις θα διατηρείται η ορμή του, δηλαδή:

$$mu_A + mu_B - Mu = (2m + M)u_{KM} \Rightarrow u_{KM} = \frac{(u_A + u_B)m - Mu}{2m + M}$$

$$\Rightarrow u_{KM} = \frac{(7,5 + 2,5)120 - 960 \cdot 2,5}{2 \cdot 120 + 960} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{KM} = \frac{1200 - 2400}{1200} \left(\frac{m}{s} \right) \Rightarrow u_{KM} = -1 \left(\frac{m}{s} \right)$$

β) Το κέντρο μάζας του συστήματος λίγο πριν την επαφή συμπίπτει με το κέντρο μάζας της ράβδου επειδή οι μάζες των αστροναυτών είναι ίσες. Δηλαδή βρίσκεται στο μέσον της ράβδου.

Οι ταχύτητες των αστροναυτών ως προς το κέντρο μάζας θα είναι:

$$\vec{u}'_A = \vec{u}_A - \vec{u}_{KM} \text{ και } \vec{u}'_B = \vec{u}_B - \vec{u}_{KM}$$

από τις οποίες έχουμε:

$$\vec{u}'_A = 7,5 - (-1) \text{ (m/s)} \Rightarrow \vec{u}'_A = 8,5 \text{ (m/s)}$$

και:

$$\vec{u}'_B = 2,5 - (-1) \Rightarrow \vec{u}'_B = 3,5 \text{ (m/s)}$$

Η στροφορμή του συστήματος ως προς το κέντρο μάζας λίγο πριν την προσκόλληση θα είναι:

$$\vec{L}_{\text{συστ}} = \vec{L}_{\text{ράβδου}} + \vec{L}_A + \vec{L}_B, \text{ δηλαδή:}$$

$$L_{\text{συστ}} = 0 + m u'_A \frac{\ell}{2} - m u'_B \frac{\ell}{2} \Rightarrow L_{\text{συστ}} = m \frac{\ell}{2} (u'_A - u'_B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{\text{συστ}} = \frac{120 \cdot 15}{2} (8,5 - 3,5) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s)} \Rightarrow L_{\text{συστ}} = 60 \cdot 15 \cdot 5 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{\text{συστ}} = 4500 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s)}$$

Επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές θα διατηρείται η στροφορμή του συστήματος. Έτσι:

$$\vec{L}_{\text{συστ ΠΡΙΝ}} = \vec{L}_{\text{συστ ΜΕΤΑ}}, \text{ δηλαδή: } L_{\text{συστ ΠΡΙΝ}} = I \cdot \omega$$

Όμως η ροπή αδράνειας I του συστήματος ως προς το κέντρο μάζας θα είναι:

$$I = I_{\text{ράβδου}} + m \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + m \left(\frac{\ell}{2} \right)^2, \text{ δηλαδή:}$$

$$I = \frac{1}{12} M \ell^2 + 2m \frac{\ell^2}{4} \Rightarrow I = \frac{1}{12} M \ell^2 + m \frac{\ell^2}{2} \Rightarrow I = \frac{\ell^2 (M + 6m)}{12} \Rightarrow$$

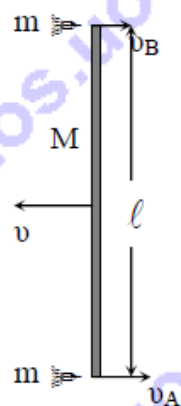
$$\Rightarrow I = \frac{15^2 (960 + 6 \cdot 120)}{12} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2) \Rightarrow I = \frac{1680 \cdot 225}{12} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2) \Rightarrow I = 31500 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2).$$

Οπότε:

$$\omega = \frac{L_{\text{συστ ΠΡΙΝ}}}{I} \text{ και } \omega = \frac{4500}{31500} \text{ (rad/s)} \Rightarrow \omega = \frac{45}{315} \text{ (rad/s)} \Rightarrow \omega = \frac{1}{7} \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Η περίοδος } T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 14\pi \text{ (s)}$$

Παρατήρηση: Η περιστροφή θα γίνεται ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο xOy . Είναι αδύνατον να περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από άλλο σημείο διότι τότε το κέντρο μάζας της ράβδου που είναι και κέντρο μάζας του σώματος μετά την προσκόλληση δεν θα συνέχιζε να κινείται ομαλά με u_{KM} που θα σήμαινε ότι θα έπρεπε να υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις.



δ) Η απώλεια μηχανικής ενέργειας θα είναι $E = K_{\text{συστ APX}} - K_{\text{συστ ΤΕΛ}}$

$$E = \frac{1}{2} M u^2 + \frac{1}{2} m u_A^2 + \frac{1}{2} m u_B^2 - \frac{1}{2} M u_{\text{KM}}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} M u^2 + \frac{1}{2} m (u_A^2 + u_B^2) - \frac{1}{2} (M + 2m) u_{\text{KM}}^2 - \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2} 960 \cdot \frac{25}{4} + \frac{1}{2} \left(\frac{225}{4} + \frac{25}{4} \right) - \frac{1}{2} 1200 \cdot 1 - \frac{1}{2} \frac{31500}{49}$$

$$E = 3000 + 3750 - 600 - 321,43$$

$$E = 5828,57 \text{ (J)}.$$

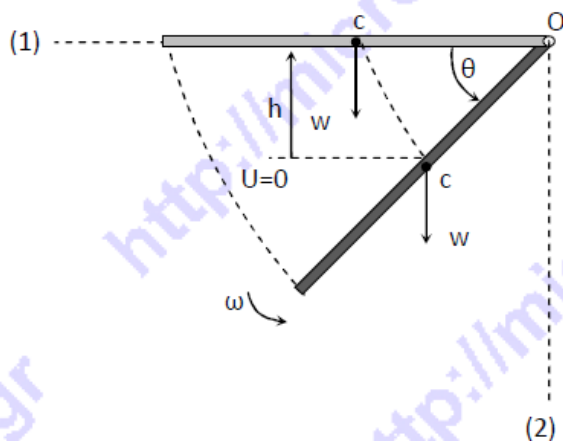
Έκτο Θεωρητικό Ερώτημα

α. Υπολογίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα ω της ράβδου ΟΑ σε συνάρτηση με τη γωνία στροφής της από την αρχική της οριζόντια θέση (1).

$$E_{\text{μηχ}} = E_{\text{μηχ}(\theta)}, \quad \text{ή: } U_{(1)} = K_{(\theta)}, \quad \text{ή: } M_1 g h = \frac{1}{2} I_1 \omega^2, \quad \text{ή: } M_1 g \frac{\ell}{2} \eta \mu \theta = \frac{1}{2} \frac{1}{3} M_1 \ell^2 \omega^2, \quad \text{οπότε:}$$

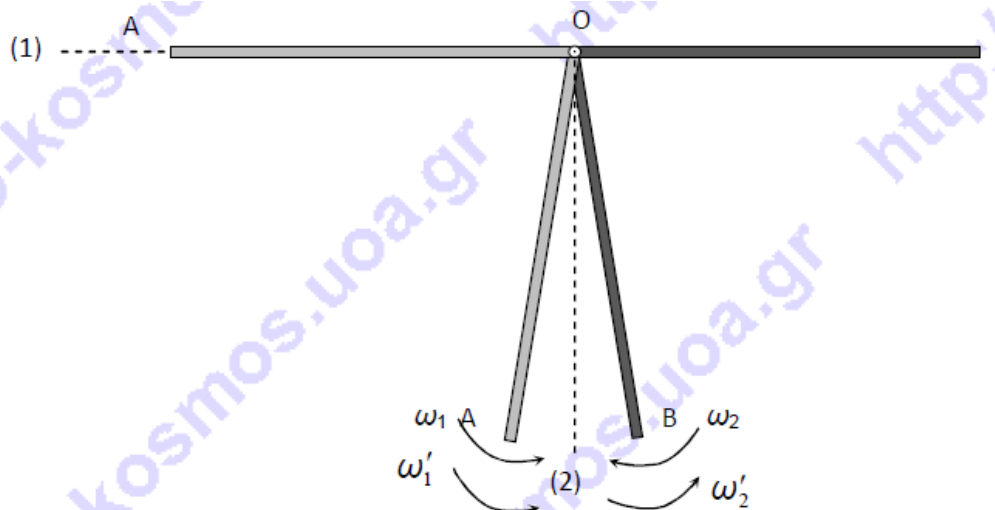
$$\omega = \sqrt{\frac{3 g \eta \mu \theta}{\ell}} \quad (1).$$

Από την (1) προκύπτει ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου είναι ανεξάρτητη της μάζας της. Από την (1) τελικά προκύπτει ότι κάθε στιγμή οι δύο ράβδοι, αφού έχουν ίδιο μήκος, θα έχουν ίδια γωνιακή ταχύτητα και άρα θα φτάσουν ταυτόχρονα στην κατακόρυφη διεύθυνση, όπου και θα συγκρουστούν.



β. Αν ω_1, ω_2 τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων των δύο ράβδων στην κατακόρυφη διεύθυνση (2) και ελάχιστα πριν συγκρουστούν, από την (1) προκύπτει (για $\theta = 90^\circ$) ότι: $\omega_1 = \omega_2 = 5 \text{ r/s}$ (2).

Έστω ω'_1, ω'_2 οι ταχύτητες των ράβδων ΟΑ και ΟΒ αντίστοιχα αμέσως μετά την κρούση (τις θεωρούμε θετικές όπως επίσης και τη γωνιακή ταχύτητα της ΟΑ λίγο πριν την κρούση).



Κατά την κρούση διατηρείται η στροφορμή του συστήματος των δύο ράβδων (τα βάρη τους και η δύναμη του άξονα περιστροφής, τέμνουν τον άξονα αυτό) και η κινητική του ενέργεια. Έτσι έχουμε:

$$\text{Από Α.Δ. } L_{\text{συσ.}}: L_{\text{συσ.}}^{\text{μετά}} = L_{\text{συσ.}}^{\text{πριν}}, \quad \text{ή: } l_1 \omega_1 - l_2 \omega_2 = l_1 \omega'_1 + l_2 \omega'_2,$$

$$\text{ή, επειδή } l_2 = 3l_1 \text{ και } \omega_1 = \omega_2, \text{ τελικά: } \omega'_1 + 3\omega'_2 = -2\omega_1 \quad (3).$$

$$\text{Από Α.Δ. } K_{\text{συσ.}}: K_{\text{συσ.}}^{\text{μετά}} = K_{\text{συσ.}}^{\text{πριν}}, \quad \text{ή: } \frac{1}{2} l_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} l_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} l_1 \omega_1'^2 + \frac{1}{2} l_2 \omega_2'^2,$$

$$\text{ή, επειδή } l_2 = 3l_1 \text{ και } \omega_1 = \omega_2, \text{ τελικά: } \omega_1'^2 + 3\omega_2'^2 = 4\omega_1^2 \quad (4).$$

Επειδή $\omega_1 = 5 \text{ r/s}$, οι (3) και (4) τελικά γράφονται:

$$\omega'_1 + 3\omega'_2 = -10 \quad (\text{SI}) \quad (5)$$

$$\omega_1'^2 + 3\omega_2'^2 = 100 \quad (\text{SI}) \quad (6)$$

Η (6) λόγω της (5) γράφεται: $(-10-3\omega_2')^2+3\omega_2'^2 = 100$, ή τελικά:
 $12\omega_2'^2+60\omega_2' = 0$, ή: $\omega_2'(\omega_2'+5) = 0$ (7).

Οι λύσεις της (7) είναι: $\omega_2' = 0$ ή $\omega_2' = -5$ r/s. Η $\omega_2' = -5$ r/s απορρίπτεται γιατί ταυτίζεται με τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου λίγο πριν την κρούση (η γωνιακή ταχύτητα της OB αλλάζει κατά την κρούση, αφού η OB δέχθηκε δύναμη και άρα ροπή από την OA). Άρα, τελικά: $\omega_2' = 0$ και $\omega_1' = -10$ r/s.

Επομένως: $|\vec{\omega}_1'| = 10$ r/s (8) και $|\omega_2'| = 0$ r/s (9).

- γ. Με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου της στροφικής κίνησης για τη ράβδο OA στη διάρκεια της κρούσης έχουμε:

$$\vec{\mathcal{C}}_{OA} = \frac{\Delta L_{OA}}{\Delta t} = \frac{I_1 \omega_1' - I_1 |\vec{\omega}_1|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{\mathcal{C}}_{OA} = \frac{1}{3} M_1 \ell^2 \frac{\omega_1' - |\vec{\omega}_1|}{\Delta t} \quad \text{και με}$$

αντικατάσταση: $\vec{\mathcal{C}}_{OA} = -144$ Nm, οπότε: $|\vec{\mathcal{C}}_{OA}| = 144$ Nm.

- δ. Για να κάνει η ράβδος OA ανακύκλωση αρκεί να φτάσει, μετά την κρούση, στη θέση (2') έχοντας $\omega_3 \geq 0$.

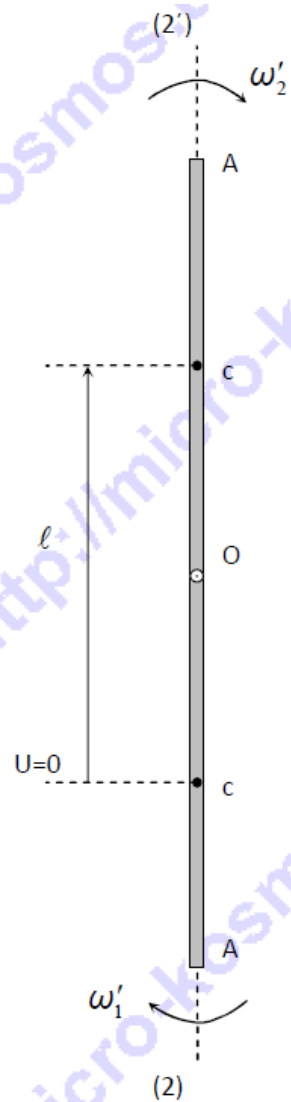
Βρίσκουμε την ω_3 με Α.Δ.Μ.Ε. για την OA από τη θέση (2) στη (2').

$$E_{\mu\eta\chi(2)} = E_{\mu\eta\chi(2')} \quad \text{ή} \quad K_{(2)} = U_{(2')} + K_{(2')} \quad \text{ή:}$$

$$\frac{1}{2} I_1 \omega_1'^2 = M_1 g \ell + \frac{1}{2} I_1 \omega_3^2,$$

$$\text{ή:} \quad \frac{1}{2} \frac{1}{3} M_1 \ell^2 \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{3} M_1 \ell^2 \omega_1'^2 - M_1 g \ell,$$

ή: $\omega_3 = \sqrt{\omega_1'^2 - \frac{6g}{\ell}}$ και με αντικατάσταση: $\omega_3 = 5\sqrt{2}$ r/s. Άρα η ράβδος OA θα κάνει ανακύκλωση.



Πρώτο Πειραματικό Ερώτημα

Α.

α. Οι τιμές του h προκύπτουν από τη διαφορά $H-H_0$, και οι τιμές της επιτάχυνσης από τη σχέση

$$L = \frac{1}{2}at^2$$

οπότε οι τρεις στήλες του πίνακα συμπληρώνονται ως εξής

$h(\text{cm})$	$t(\text{s})$	$a(\text{cm/s}^2)$
3,9	4,83	15,4
6,2	3,92	23,4
9,6	3,14	36,5
13,1	2,69	49,7
15,5	2,52	56,7

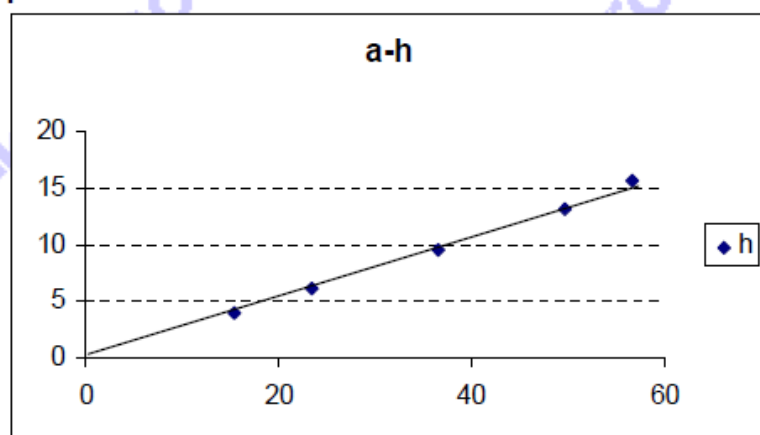
β. Έχουμε για την κίνηση του κυλίνδρου τις σχέσεις

$$\Sigma F = ma \text{ ή } mg\eta\mu\phi - T = ma \quad (1), \text{ όπου } \eta\mu\phi = h/L$$

$$\Sigma \tau = I\alpha, \text{ ή } TR = \lambda m R^2 \frac{a}{R} \text{ ή } T = \lambda ma$$

Από τις παραπάνω σχέσεις, με απαλοιφή του T προκύπτουν οι ζητούμενες.

γ.



δ. Η κλίση από το διάγραμμα είναι $3,75 \text{ s}^{-2}$

ε. Από τη σχέση

$$k = \frac{g}{(1 + \lambda)L}$$

προκύπτει $\lambda = 0,45$, συνεπώς η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου είναι $I = \lambda m R^2 = 0,45 \times 0,4965 \times 0,025^2 = 1,4 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$

στ. $I_0 = 0,5mR^2 = 0,5 \times 0,4965 \times 0,025^2 = 1,55 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$

ζ. $\sigma = \frac{1,55 - 1,4}{1,55} \times 100 \% = 9,7\%$

B.

α. Στις αραιώσεις των κουκίδων στο διάγραμμα ο ταλαντωτής είναι σε ακραία θέση. Με βάση αυτό προκύπτει ότι το πλάτος είναι $A=35\text{ cm}$ και η περίοδος $T=1\text{ s}$.

β. Από τη σχέση $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ προκύπτει ότι $k=4\text{ N/m}$.

Δεύτερο Πειραματικό Ερώτημα

α. min^{-1}

β. Στη σχέση $T(t) = T_{\delta\omega\mu} + (T_{(0)} - T_{\delta\omega\mu})e^{-kt}$ θέτοντας για ευκολία όπου $T(t)$ το σύμβολο T και όπου $T_{\delta\omega\mu}$ το σύμβολο T_{δ} και φέρνοντας στο πρώτο μέλος το T_{δ} παίρνουμε:

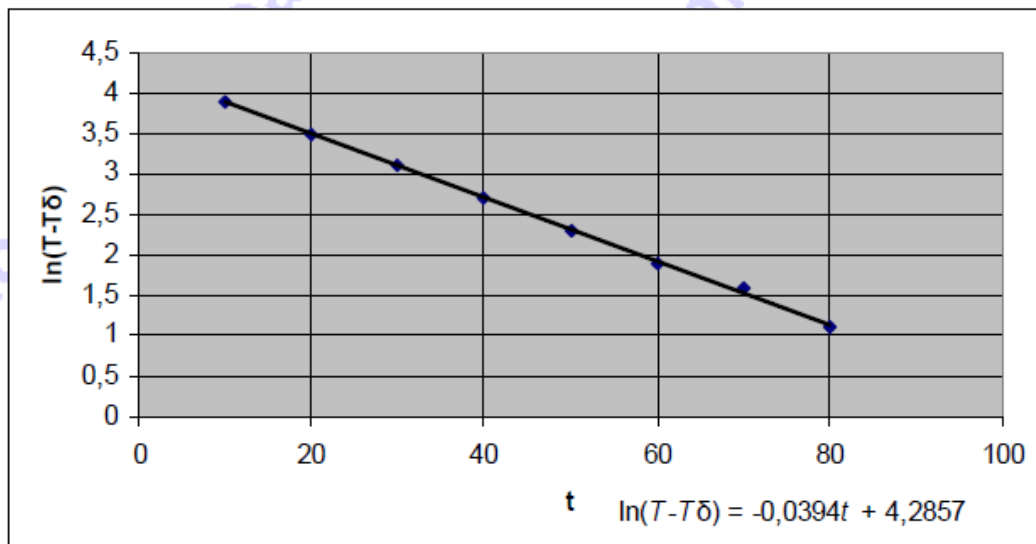
$T - T_{\delta} = (T_{(0)} - T_{\delta})e^{-kt}$ λογαριθμίζοντας έχουμε:

$$\ln(T - T_{\delta}) = \ln(T_0 - T_{\delta}) - kt$$

Η παραπάνω είναι γραμμική. Από τις πειραματικές τιμές των t και T υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές του $\ln(T - T_{\delta})$ οι οποίες φαίνονται στον παρακάτω πίνακα ανάλυσης των πειραματικών δεδομένων.

$t\text{ (min)}$	10	20	30	40	50	60	70	80
$T\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	65	49	38	30	25	22	20	18
$T - T_{\delta}\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	50	34	23	15	10	7	5	3
$\ln(T - T_{\delta})$	3,9	3,5	3,1	2,7	2,3	1,9	1,6	1,1

Με βάσει τις τιμές του t και του $\ln(T - T_{\delta})$ κάνουμε το παρακάτω διάγραμμα:



Αυτό είναι το κατάλληλο διάγραμμα το οποίο μας επιτρέπει να βρούμε τη σταθερά k
γ. Η σταθερά k υπολογίζεται από την κλίση και βρίσκεται περίπου $k=0,04 \text{ min}^{-1}$

δ. Προεκτείνοντας τη βέλτιστη ευθεία βρίσκουμε ότι για $t=0$ $\ln(T-T_\delta)=4,3$ οπότε :

$$\ln(T-15)=4,3 \text{ και}$$

$$T-15=e^{4,3} \text{ δηλαδή}$$

$$T=e^{4,3}+15 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ ή}$$

$$T=73,7+15 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ δηλαδή η αρχική θερμοκρασία του τσαγιού ήταν:}$$

$$T_{(0)}=88,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

ε. Στους $16 \text{ } ^\circ\text{C}$ $\ln(T-T_\delta) = \ln(16-15)=\ln 1=0$.

Προεκτείνοντας το διάγραμμα βρίσκουμε $t=109 \text{ min}$ περίπου.