ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2023 - Α΄ Τάξη

10/3/2023

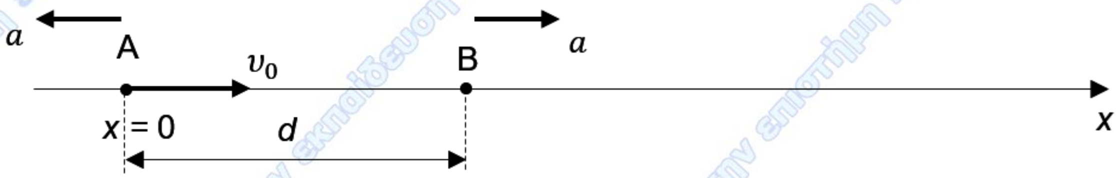
ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις και το τυπολόγιο.
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του ***Φύλλου Απαντήσεων***.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το φύλλο απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
6. Τα ονομαστικά στοιχεία **ΔΕΝ** θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

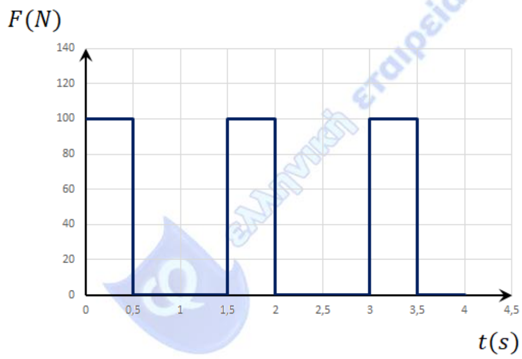
1ο ΘΕΜΑ

Δύο πειραματικά αμαξίδια βρίσκονται πάνω στον ίδιο αεροδιάδρομο. Την στιγμή $t = 0$, το δεύτερο ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση μέτρου a, από τη θέση που το πίσω άκρο του Β απέχει από την αρχή του άξονα απόσταση d, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Την ίδια στιγμή ο εμπρόσθιος προφυλακτήρας (σημείο Α) του πρώτου διέρχεται από την αρχή του άξονα έχοντας αρχική ταχύτητα υ_0 και επιβράδυνση ίση κατά μέτρο με a Να υπολογίσετε, ως συνάρτηση των a και d, την μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας υ_0^{max} για την οποία αποφεύγεται η επαφή των αμαξιδίων.



2ο ΘΕΜΑ

Όταν ένα παιδί κάνει πατίνι σπρώχνει τον δρόμο με το ένα πόδι, ασκώντας οριζόντια δύναμη επαφής. Η εξάρτηση της δύναμης από το χρόνο περιγράφεται στη γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος. Όσο το πατίνι κινείται, να θεωρήσετε ότι του ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $25\,N$ που αντιτίθεται στην κίνηση. Δίνεται ότι το παιδί μαζί με το πατίνι έχουν συνολική μάζα $25\,kg$.



Β.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ του παιδιού τη χρονική στιγμή $t = 4,0\,s$ εάν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0,0\,s$ το παιδί ήταν ακίνητο.

Β.2. Στο μιλιμετρέ χαρτί που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0,0\,s$ έως τη χρονική στιγμή $t = 4,0\,s$.

Β.3. Να υπολογίσετε την χρονική στιγμή t_1 που το διάστημα S που έχει διανύσει το παιδί είναι $2{,}875\ m$.

3ο ΘΕΜΑ

Η *διαστατική ανάλυση* είναι μια τεχνική που μάς επιτρέπει να προσδιορίσουμε τον τύπο της συνάρτησης που περιγράφει την εξάρτηση ενός φυσικού μεγέθους από άλλα, με εξαίρεση την τιμή μιας αριθμητικής σταθεράς, έστω λ. Για παράδειγμα, αν υποθέτουμε ότι η κινητική ενέργεια K ενός σώματος εξαρτάται από την μάζα m και την ταχύτητά του υ, μπορούμε να ελέγξουμε την ορθότητα της υπόθεσής μας εφαρμόζοντας την τεχνική αυτή.

Ξεκινούμε, γράφοντας την σχέση $K = \lambda \cdot m^{\alpha} \cdot \upsilon^{\beta}$. Αυτό που πρέπει να γίνει είναι ο προσδιορισμός των εκθετών α και β. Η παραπάνω σχέση πρέπει να ισχύει και *διαστατικά*, δηλ. σε επίπεδο μονάδων μέτρησης των φυσικών μεγεθών), άρα θα πρέπει να ισχύει

$$J = kg^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta}$$

Γνωρίζουμε ότι $J = kg \cdot m^2/s^2$. Συνδυάζοντας αυτές τις σχέσεις έχουμε:

$$kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta}$$

Απ΄ όπου προκύπτει ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 2$. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι ο ζητούμενος τύπος είναι

$$K = \lambda \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Η τιμή του αριθμητικού συντελεστή λ, η οποία, στην περίπτωση της κινητικής ενέργειας, είναι, όπως γνωρίζουμε, ίση προς $1/2$,μπορεί να προκύψει από πειραματικές μετρήσεις.

Η διαστατική ανάλυση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την διόρθωση της αρχικής υπόθεσης. Αν, για παράδειγμα, θεωρούμε ότι η κινητική ενέργεια εξαρτάται από την μάζα, την ταχύτητα **και** την επιτάχυνση α του σώματος, θα πρέπει να ισχύει:

$$K = \lambda \cdot m^{\alpha} \cdot \upsilon^{\beta} \cdot \alpha^{\gamma}$$

Διαστατικά έχουμε:

$$kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\gamma} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha} \cdot \frac{m^{\beta+\gamma}}{s^{\beta+2\gamma}}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta + \gamma = 2 \\ \beta + 2\gamma = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

Από το αποτέλεσμα αυτό συμπεραίνουμε ότι η επιτάχυνση ενός σώματος δεν επηρεάζει την κινητική του ενέργεια.

Κατά τρόπο ανάλογο μπορούμε να αντιληφθούμε και την επίδραση φυσικού μεγέθους που δεν συμπεριλάβαμε στην αρχική μας υπόθεση. Για παράδειγμα, θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια U λόγω θέσης ενός σώματος εξαρτάται από την μάζα του m και την ένταση g του βαρυτικού πεδίου, δηλ.

$$U = \lambda \cdot m^{\alpha} \cdot g^{\beta}$$

Διαστατικά έχουμε:

$$kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha} \cdot \left(\frac{N}{kg}\right)^{\beta} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha-\beta} \cdot N^{\beta} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha-\beta} \cdot \left(kg\frac{m}{s^2}\right)^{\beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha-\beta+\beta} \cdot \frac{m^{\beta}}{s^{2\beta}} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha} \cdot \frac{m^{\beta}}{s^{2\beta}}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ 2\beta = 2 \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι οι δύο τελευταίες σχέσεις συνιστούν ένα αδύνατο σύστημα εξισώσεων. Είναι λοιπόν πιθανό ότι έχουμε παραλείψει κάποιο αναγκαίο φυσικό μέγεθος. Ο εκθέτης β σχετίζεται με τις μονάδες m και s. Θεωρώντας βάσιμα ότι ο χρόνος δεν σχετίζεται με την κινητική ενέργεια, εισάγουμε έναν επιπλέον άγνωστο στην δεύτερη εξίσωση, που εμπλέκεται το μήκος, οπότε το σύστημα γίνεται:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta + \sigma = 2 \\ 2\beta = 2 \end{cases}$$

το οποίο οδηγεί στην λύση:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \sigma = 1 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

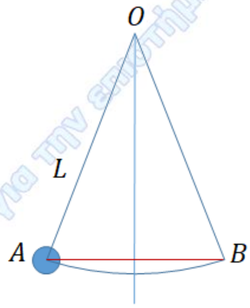
και στο συμπέρασμα ότι ο σωστός τύπος είναι:

$$U = \lambda \cdot m \cdot g \cdot [ΜΗΚΟΣ]^{\sigma=1}$$

Με την κατάλληλη ακολουθία *πειραμάτων* μπορούμε να ελέγξουμε την τελευταία μας *υπόθεση* (υπολογίζοντας ταυτόχρονα τον αριθμητικό συντελεστή) και, στο μέτρο της ακρίβειας των μετρήσεών μας, να διαπιστώσουμε ότι ισχύει, άρα να καταλήξουμε στον σωστό τύπο:

$$U = m \cdot g \cdot h$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η επιστημονική μεθοδολογία (παρατήρηση – υπόθεση – πείραμα) διέπει την φιλοσοφία της διαστατικής ανάλυσης.



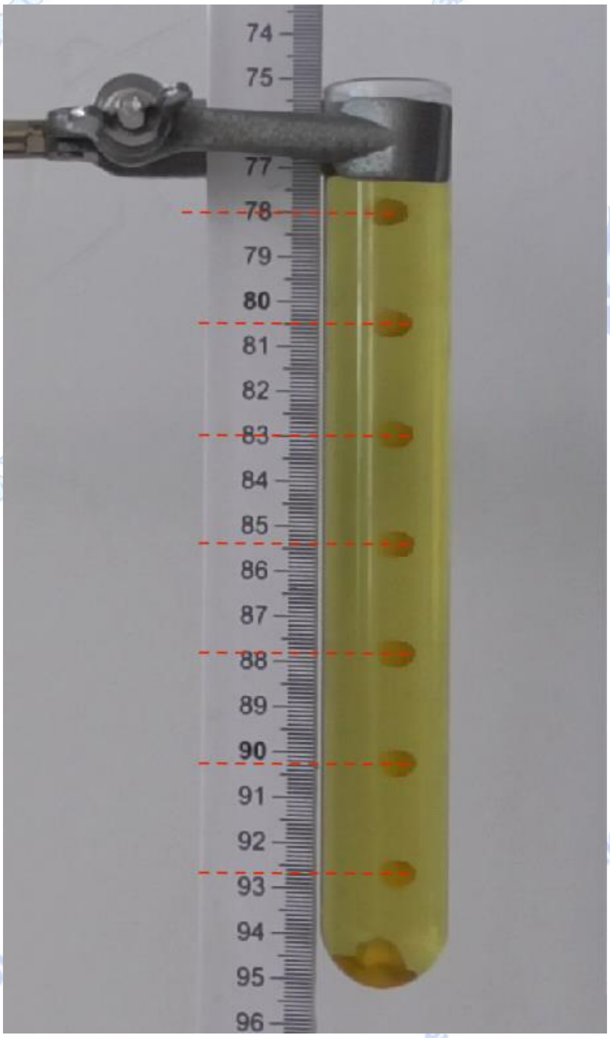
Στην απλούστερη εκδοχή του, ένα εκκρεμές αποτελείται από ένα μικρό σώμα μάζας m, δεμένο στο άκρο Α αβαρούς και ανελαστικού νήματος μήκους L, το άλλο άκρο του οποίου, έστω Ο στερεώνεται ακλόνητα π.χ. στον μηχανισμό ενός επίτοιχου ρολογιού. Φροντίζοντας το νήμα να παραμείνει τεντωμένο και να σχηματίζει γωνία λίγων μοιρών με την κατακόρυφο, εκτρέπουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί μέσα σε βαρυτικό πεδίο. Παρατηρούμε ότι κινείται επαναλαμβανόμενα μεταξύ των συμμετρικών ως προς την κατακόρυφο θέσεων Α και Β και ότι η χρονική διάρκειας μια πλήρους επανάληψης της κίνησης $A \to B \to A$ είναι σταθερή. Η διάρκεια αυτή ονομάζεται *περίοδος* και συμβολίζεται με T.

Γ.1. (υποθέτουμε ότι) Η περίοδος T εξαρτάται από την μάζα m του σώματος, την επιτάχυνση της βαρύτητας g στον τόπο όπου έχουμε τοποθετήσει το εκκρεμές και το μήκος L του νήματος. Να εφαρμόσετε την τεχνική της διαστατικής ανάλυσης για να προσδιορίσετε την σχέση αυτή.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4ο ΘΕΜΑ

Στη συνοδευτική χρονοφωτογραφία της άσκησης έχουν καταγραφεί επτά διαδοχικά στιγμιότυπα από την κατακόρυφη κίνηση μιας μικρής πλαστικής μπίλιας μέσα σε ένα δοκιμαστικό σωλήνα γεμάτο με λάδι. Τα διαδοχικά στιγμιότυπα χρονικά απέχουν μεταξύ τους $0{,}8\,s$. Με βάση της χρονοφωτογραφία και τις βοηθητικές διακεκομμένες οριζόντιες γραμμές που έχουμε χαράξει πάνω της συμπληρώθηκε, με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου, ο Πίνακας 1 με τα πειραματικά δεδομένα θέσης – χρόνου για την κίνηση της μπίλιας.



Πίνακας 1: Πειραματικά δεδομένα

α/α	$t\ (s)$	$y\ (cm)$
1	0,0	78,0
2	0,8	80,5
3	1,6	83,0
4	2,4	85,4
5	3,2	87,8
6	4,0	90,3
7	4,8	92,8

Δ.1. Να δώσετε τα χαρακτηριστικά του συστήματος συντεταγμένων (θέση αρχής, προσανατολισμός αξόνων) σε σχέση με το οποίο έχουν συμπληρωθεί τα πειραματικά δεδομένα του Πίνακα 1.

Δ.2. Να συμπληρώσετε στον πίνακα (Πίνακας 2) που υπάρχει στο Φύλλο Απαντήσεων τα πειραματικά δεδομένα σε σύστημα συντεταγμένων που έχει την αρχή του στη θέση του κέντρου της μπίλιας τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, τον άξονα $y'y$ κατακόρυφο και με το θετικό προσανατολισμό προς τα κάτω.

Δ.3. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα της μπίλιας στα επιμέρους χρονικά διαστήματα που σημειώνονται στον πίνακα (Πίνακας 3) που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων.

Δ.3.1. Η μελέτη των τιμών της μέσης ταχύτητας που υπολογίσατε στον Πίνακα 3, οδηγεί στην υπόθεση ότι η κίνηση της μπίλιας είναι:

α) ομαλή , **β)** επιταχυνόμενη , **γ)** επιβραδυνόμενη.

Να σημειώσετε την επιλογή σας στο Φύλλο Απαντήσεων.

Δ.3.2. Να εξηγήσετε γιατί στην περίπτωση που η κίνηση είναι ομαλή, είναι προτιμότερο να υπολογίσετε την ταχύτητα της κίνησης ως τον μέσο όρο των έξι τιμών που υπολογίσατε στον Πίνακα 3, παρά να επιλέξετε μία από αυτές (π.χ. αυτή που εμφανίζεται τις περισσότερες φορές).

Δ.4. Να τοποθετήσετε τα πειραματικά σημεία (t, y) του Πίνακα 2 στο μιλιμετρέ χαρτί που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων και σε σύστημα αξόνων με τις τιμές της θέσης (y) στον κατακόρυφα άξονα και τις τιμές του χρόνου (t) στον οριζόντιο.

Δ.4.1. Να δικαιολογήσετε γιατί η διάταξη των σημείων στο γράφημα δηλώνει ότι η κίνηση της μπίλιας στο λάδι (και για το χρονικό διάστημα της μελέτης μας) γίνεται με σταθερή ταχύτητα.

Δ.4.2. Πάνω στην γραφική παράσταση που κατασκευάσατε, να σχεδιάσετε την ευθεία που προσεγγίζει καλύτερα τα πειραματικά δεδομένα θέσης – χρόνου. Με τη βοήθειά της να υπολογίσετε την ταχύτητα της κίνησης της μπίλιας. Να συγκρίνετε την τιμή αυτή με τη μέση τιμή όπως αυτή υπολογίζεται από τις σχετικές τιμές του Πίνακα 3.

Δ.5. Ένα μοντέλο που περιγράφει την αντίσταση που ασκείται σε ένα σώμα που κινείται εντός ρευστού (υγρού ή αερίου) δηλώνει πως η δύναμη αυτή (F) έχει μέτρο ανάλογο της ταχύτητας (υ) του σώματος και αντίθετη φορά, δηλ. $\vec{F} = -k \cdot \vec{\upsilon}$.

Δ.5.1. Με βάση το μοντέλο αυτό δικαιολογήστε γιατί η κίνηση της μπίλιας μέσα στο λάδι, μετατρέπεται σε σύντομο χρονικό διάστημα από επιταχυνόμενη σε ομαλή.

Δ.5.2. Αν το βάρος της μπίλιας είναι $0{,}0015\ N$, να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς k.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ευθύγραμμες Κινήσεις

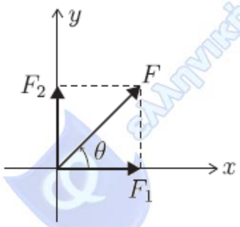
$$\Delta x = x_2 - x_1$$
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
$$\Delta x = v\Delta t$$
$$x = vt$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$v = v_0 + at$$
$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v = at$$
$$x = \frac{1}{2}at^2$$
$$v = v_0 - at$$
$$x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$$

Δυναμική

$$F = F_1 + F_2$$
$$F = F_1 - F_2$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$T = \mu N$$
$$\vec{B} = m\vec{g}$$
$$v = gt$$
$$s = \frac{1}{2}gt^2$$



$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$
$$\text{εφ}\,\theta = \frac{F_2}{F_1}$$

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$
$$\text{εφ}\,\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$
$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$
$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = ma_y \end{cases}$$

Έργο - Ενέργεια

$$W_F = Fx$$
$$W_F = Fx\,\text{συν}\,\theta$$
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(\text{ολ})}$$
$$U = mgh$$

$$W_{B(1\to 2)} = U_1 - U_2$$
$$W_{F(1\to 2)} = U_1 - U_2$$
F: Διατηρητική Δύναμη

$$E_{\text{μηχ.}} = K + U$$
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$
$$P = \frac{W}{t}$$
$$P = Fv$$

Σύμβολα

x : Θέση
Δx : Μετατόπιση
v : Ταχύτητα
a : Επιτάχυνση
F : Δύναμη

B : Βάρος
s : Διάστημα
ΣF : Συνισταμένη Δύναμη

W : Έργο
K : Κινητική Ενέργεια
U : Δυναμική Ενέργεια
$E_{\text{μηχ.}}$: Μηχανική Ενέργεια
P : Ισχύς

Μονάδες Μέτρησης Μεγεθών

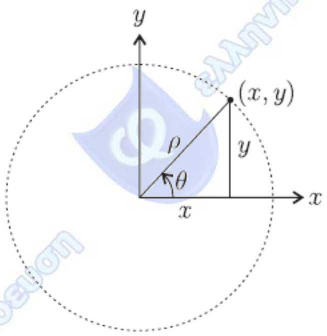
μέτρο, m χιλιόγραμμο, kg	δευτερόλεπτο, s νιούτον, N	ακτίνιο, rad τζούλ, J βάτ, W

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

$10^{12} \rightarrow$ Tera (T)	$10^{3} \rightarrow$ kilo (k)	$10^{-6} \rightarrow$ micro (μ)
$10^{9} \rightarrow$ Giga (G)	$10^{-2} \rightarrow$ centi (c)	$10^{-9} \rightarrow$ nano (n)
$10^{6} \rightarrow$ Mega (M)	$10^{-3} \rightarrow$ milli (m)	$10^{-12} \rightarrow$ pico (p)

Μαθηματικό Βοήθημα

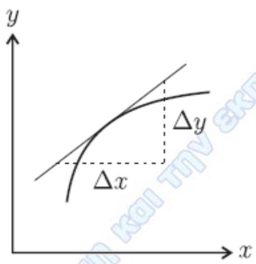
$\theta\,(^\circ)$	$\eta\mu\,\theta$	$\sigma\upsilon\nu\,\theta$	$\varepsilon\varphi\,\theta$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	$-$
180°	0	-1	0
270°	-1	0	$-$



$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$\eta\mu\,\theta = \frac{y}{\rho} \qquad \sigma\upsilon\nu\,\theta = \frac{x}{\rho}$$

$$\varepsilon\varphi\,\theta = \frac{y}{x}$$



$$\text{κλίση} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\text{Εμβαδόν Τριγώνου} = \frac{1}{2}\beta\upsilon$$

$$\text{Εμβαδόν Παραλληλογράμου} = \beta\upsilon$$

$$\text{Εμβαδόν κυκλικού δίσκου} = \pi\rho^2$$

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: …………………………………. Όνομα: …………………… Τάξη: …

Πατρώνυμο: ………………. Μητρώνυμο: …………………

Σχολείο: …………………..………..………. Τηλέφωνο Σχολείου: ………………

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

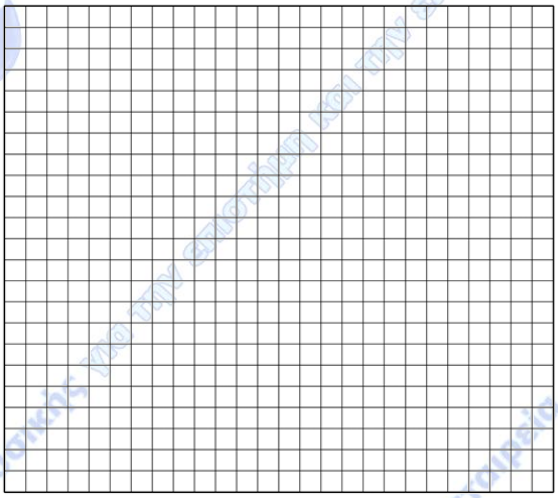
1ο ΘΕΜΑ

$v_0^{max} =$……………………

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. $v =$…………

Β.2.



Β.3. $t_1 =$……………….

3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. $T = f(m, g, L) =$…………………..

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4ο ΘΕΜΑ

Δ.1. ……………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

Δ.2. Πίνακας 2

α/α	$t\ (s)$	$y\ (cm)$
1	0,0	
2	0,8	
3	1,6	
4	2,4	
5	3,2	
6	4,0	
7	4,8	

Δ.3. Πίνακας 3

α/α	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$\Delta t = t_2 - t_1\ (s)$	$\Delta y = y_2 - y_1\ (cm)$	$\upsilon\ (cm/s)$
1	0,0	0,8			
2	0,8	1,6			
3	1,6	2,4			
4	2,4	3,2			
5	3,2	4,0			
6	4,0	4,8			

Δ.3.1.

☐ ομαλή ☐ επιταχυνόμενη ☐ επιβραδυνόμενη

Δ.3.2. ……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

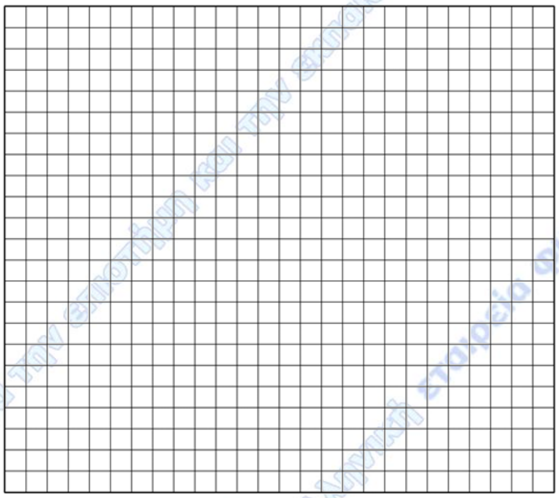
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Δ.4.



Δ.4.1. ……………………………………………………………………………………………………

………

………

Δ.4.2. (η σχεδίαση της ευθείας να γίνει πάνω στην γραφική παράσταση του Δ.4)

$\upsilon =$…………

(Σύγκριση)…………………………………………………………………………………………

………

………

………

Δ.5.1. ……………………………………………………………………………………………………

………

………

Δ.5.2. $k =$…………

Καλή επιτυχία!

Συνοπτικές Απαντήσεις

1ο ΘΕΜΑ

Η ζητούμενη μέγιστη τιμή θα προκύψει αν το αμαξίδιο Α πλησιάσει πολύ κοντά στο Β και τη στιγμή εκείνη οι ταχύτητες των δύο αμαξιδίων εξισωθούν καθώς μετά δεν υπάρχει περίπτωση επαφής, αφού το μέτρο της ταχύτητας του Α θα μειώνεται, ενώ του Β θα αυξάνεται. Οριακά λοιπόν θα πρέπει τα δύο αμαξίδια να φθάσουν στην ίδια θέση με την ίδια ταχύτητα.

(9 μόρια)

Έχουμε λοιπόν ότι:

$$x_A = x_B \Rightarrow d + \frac{1}{2}at^2 = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow d + at^2 = \upsilon_0 t \qquad (1)$$

(4 μόρια)

και

$$\upsilon_A = \upsilon_B \Rightarrow at = \upsilon_0 - at \Rightarrow 2at = \upsilon_0 \qquad (2)$$

(4 μόρια)

Αντικαθιστώντας την τιμή της υ_0 από την Εξίσωση (2) στην Εξίσωση (1) προκύπτει ότι:

$$d + at^2 = 2at^2 \Rightarrow at^2 = d \Rightarrow t = \sqrt{\frac{d}{a}}$$

(4 μόρια)

Αντικαθιστώντας αυτή την τιμή στην Εξίσωση (2) προκύπτει ότι:

$$\upsilon_0 = 2a\sqrt{\frac{d}{a}} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{4ad}$$

(4 μόρια)

που είναι η ζητούμενη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας ώστε να αποφευχθεί οριακά η σύγκρουση.

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. Κατά τα χρονικά διαστήματα που το παιδί ασκεί οριζόντια δύναμη επαφής $\vec{F}$ μέτρου $100\,N$, το σύστημα παιδί-πατίνι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$ ομόρροπη της ταχύτητας.

(1 μόριο)

Η τιμή της υπολογίζεται από τον 2ο νόμο του Newton θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$\sum F = m \cdot a_1 \text{ ή } F - A = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F-A}{m} = 3\, m/s^2,$$

όπου A το μέτρο της σταθερής οριζόντιας δύναμης που αντιτίθεται στην κίνηση.

(1 μόριο)

Σε κάθε τέτοιο χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 0{,}5\, s$ έχουμε ίδια μεταβολή της ταχύτητας

(1 μόριο)

η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$a_1 = \frac{\Delta \upsilon_1}{\Delta t_1} \text{ ή } \Delta \upsilon_1 = a_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta \upsilon_1 = +3\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5\, s = +1{,}5\, m/s$$

(1 μόριο)

Κατά τα χρονικά διαστήματα που το παιδί δεν ασκεί οριζόντια δύναμη επαφής $\vec{F}$, το σύστημα παιδί-πατίνι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2$ αντίρροπη της ταχύτητας, λόγω της $\vec{A}$.

(1 μόριο)

Η τιμή της $\vec{\alpha}_2$ υπολογίζεται από τον 2ο νόμο του Newton θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$\sum F = m \cdot a_2 \text{ ή } -A = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{-A}{m} = -1\, m/s^2,$$

(1 μόριο)

Σε κάθε τέτοιο χρονικό διάστημα Δt έχουμε μεταβολή της ταχύτητας η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$a_2 = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \text{ ή } \Delta \upsilon = a_2 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta \upsilon = -1\frac{m}{s^2} \cdot \Delta t$$

(1 μόριο)

Για τα χρονικά διαστήματα, $0{,}5\, s - 1{,}5\, s$ και $2{,}0\, s - 3{,}0\, s$, είναι $\Delta t = 1{,}0\, s$ και $\Delta \upsilon = -1 m/s$

ενώ για το χρονικό διάστημα $3{,}5\, s - 4{,}0\, s$ είναι $\Delta t = 0{,}5\, s$ και $\Delta \upsilon = -0{,}5\, m/s$.

(1 μόριο)

Αξιοποιώντας την παραπάνω μελέτη της κίνησης οδηγούμαστε στον παρακάτω πίνακα υπολογισμών:

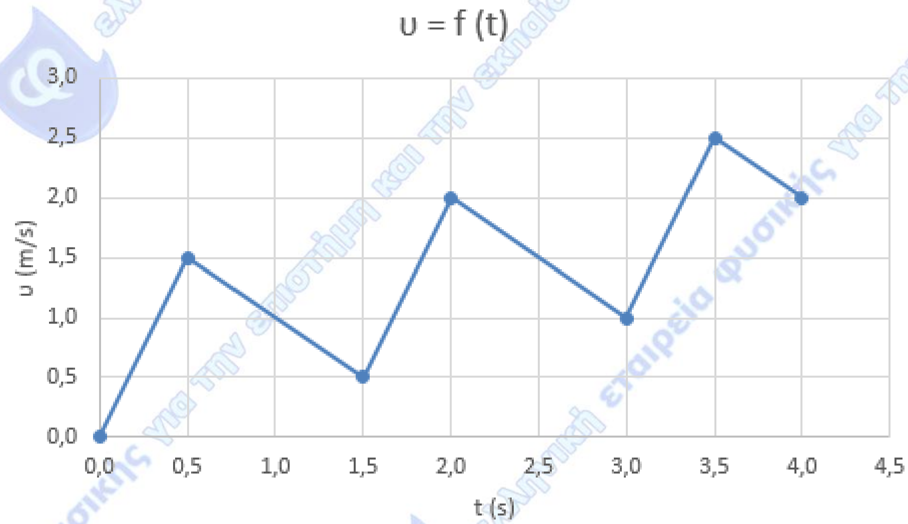
$t\,(s)$	0,0	0,5	1,5	2,0	3,0	3,5	4,0
$\upsilon\,(m/s)$	0,0	1,5	0,5	2,0	1,0	2,5	2,0

(1 μόριο)

Άρα το μέτρο της ταχύτητας του παιδιού τη χρονική στιγμή $t = 4{,}0\, s$ είναι $\upsilon = 2{,}0\, m/s$.

(1 μόριο)

Β.2. Σύμφωνα με τον Πίνακα υπολογισμών του ερωτήματος **Α.1**. κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0{,}0\ s$ έως τη χρονική στιγμή $t = 4{,}0\ s$ για το σύστημα παιδί πατίνι.



(7 μόρια)

Β.3. Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $\upsilon = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διανύει το σύστημα παιδί-πατίνι:

(1 μόριο)

$0\ s - 0{,}5\ s$: $S_1 = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}5}{2} m = 0{,}375\ m$,

(1 μόριο)

$0{,}5\ s - 1{,}5\ s$: $S_2 = \frac{(1{,}5+0{,}5)\cdot 1{,}0}{2} m = 1\ m$

(1 μόριο)

$1{,}5\ s - 2{,}0\ s$: $S_3 = \frac{(2{,}0+0{,}5)\cdot 0{,}5}{2} m = 0{,}625\ m$

(1 μόριο)

$2{,}0\ s - 3{,}0\ s$: $S_4 = \frac{(2{,}0+1{,}0)\cdot 1{,}0}{2} m = 1{,}5\ m$

(1 μόριο)

Παρατηρούμε ότι για το ζητούμενο διάστημα $S = 2{,}875\ m$ ισχύει:

$$S_1 + S_2 + S_3 < S < S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \text{ ή } 2\ m < S < 3{,}5\ m$$

Οπότε για τη ζητούμενη χρονική στιγμή t_1 θα ισχύει $t_1 = 2{,}0 s + \Delta t'$.

(1 μόριο)

Στο χρονικό διάστημα $2{,}0\ s - 3{,}0\ s$ ισχύει:

$$S' = \upsilon_0 \cdot \Delta t' + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t'^2 \text{ ή } S - (S_1 + S_2 + S_3) = \upsilon_0 \cdot \Delta t' + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t'^2$$

$$\text{ή } 0{,}875 = 2 \cdot \Delta t' - 0{,}5 \cdot \Delta t'^2 \text{ ή } \Delta t'^2 - 4 \cdot \Delta t' + 1{,}75 = 0$$

(1 μόριο)

Η επίλυση της δευτεροβάθμιας μας οδηγεί στην αποδεκτή λύση $\Delta t' = 0{,}5\ s$,

Άρα $t_1 = 2{,}0s + 0{,}5s = 2{,}5s$.

(1 μόριο)

3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Έστω η σχέση:

$$T = \lambda \cdot m^{\alpha} \cdot g^{\beta} \cdot L^{\gamma}$$

(1 μόριο)

Διαστατικά έχουμε:

$$s = kg^{\alpha} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\beta} \cdot m^{\gamma}$$

(2 μόρια)

Ομαδοποιούμε τους όρους, οπότε η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$s^1 = kg^{\alpha} \cdot m^{\beta+\gamma} \cdot s^{-2\beta}$$

(2 μόρια)

Καταλήγουμε λοιπόν στο σύστημα:

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \\ -2\beta = 1 \end{cases}$$

(2 μόρια)

το οποίο είναι ήδη λυμένο ως προς

$$\alpha = 0$$

(2 μόρια)

Από την τρίτη εξίσωση προκύπτει ότι

$$\beta = -\frac{1}{2}$$

(2 μόρια)

Η δεύτερη εξίσωση μας δίνει:

$$\gamma = \frac{1}{2}$$

(2 μόρια)

Το αποτέλεσμα λοιπόν είναι:

$$T = \lambda \cdot m^0 \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \Rightarrow T = \lambda \cdot m^0 \cdot \frac{L^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}}$$

(2 μόρια)

Από αυτήν συμπεραίνουμε ότι η περίοδος του εκκρεμούς δεν εξαρτάται από την μάζα του σώματος.

(4 μόρια)

Επίσης από τα Μαθηματικά γνωρίζουμε ότι ο παρανομαστής του εκθέτης αντιστοιχεί σε τάξη ρίζας.

(2 μόρια)

Καταλήγουμε λοιπόν στην σχέση:

$$T = \lambda \cdot \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{g}} \Rightarrow T = \lambda \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

(4 μόρια)

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4ο ΘΕΜΑ

Δ.1. Άξονας y: κατακόρυφος(κατά μήκος της τροχιάς της μπίλιας),

(1 μόριο)

Άξονας x: οριζόντιος, Αρχή αξόνων: $78\ cm$ κατακόρυφα πάνω από την 1η θέση της μπίλιας στη χρονοφωτογραφία. Θετικός προσανατολισμός στον άξονα y: προς τα κάτω.

(2 μόρια)

Δ.2. $y' = y - y_o$ με $y_o = 78cm$.

α/α	$t\ (s)$	$y\ (cm)$
1	0,0	0
2	0,8	2,5
3	1,6	5
4	2,4	7,4
5	3,2	9,8
6	4,0	12,3
7	4,8	14,7

(4 μόρια)

Δ.3.

α/α	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$\Delta t = t_2 - t_1\ (s)$	$\Delta y = y_2 - y_1\ (cm)$	$\upsilon\ (cm/s)$
1	0,0	0,8	0,8	2,5	3,1
2	0,8	1,6	0,8	2,5	3,1
3	1,6	2,4	0,8	2,4	3,0
4	2,4	3,2	0,8	2,4	3,0
5	3,2	4,0	0,8	2,5	3,1
6	4,0	4,8	0,8	2,4	3,0

(3 μόρια)

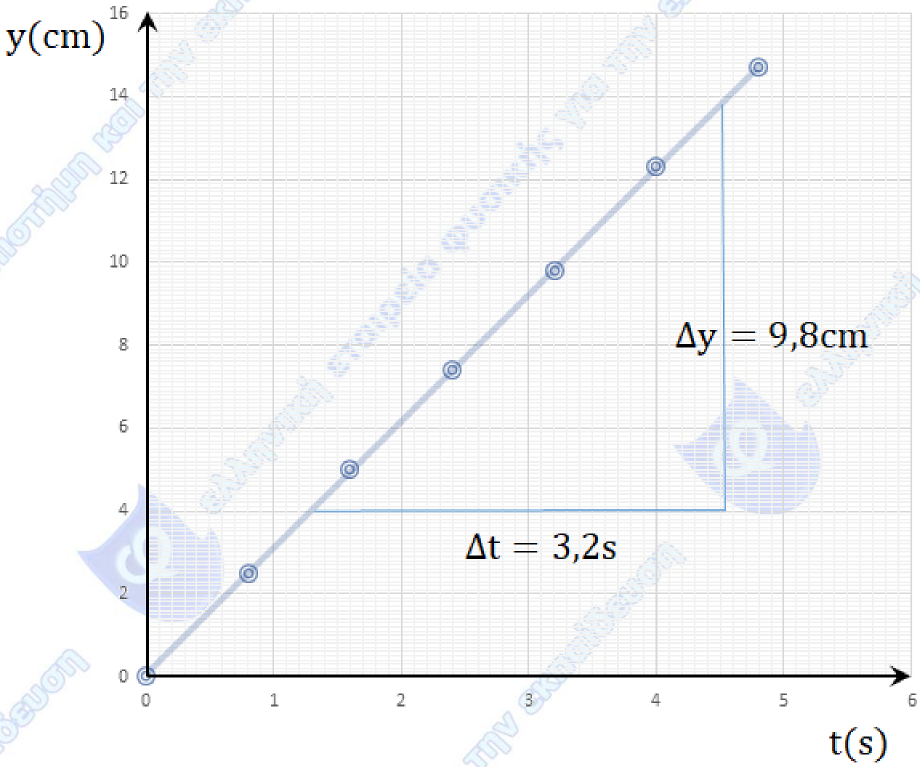
Δ.3.1. α

(1 μόριο)

Δ.3.2. Όταν υπάρχουν πολλαπλές μετρήσεις πρέπει να ληφθούν όλες υπόψη για τον υπολογισμό του τελικού αποτελέσματος. Τα τυχαία σφάλματα σε κάποιες περιπτώσεις επηρεάζουν τις επιμέρους τιμές προς τα πάνω σε σχέση με τη μέση τιμή και σε κάποιες άλλες προς κάτω. Έτσι παίρνοντας το άθροισμα των επιμέρους τιμών ελαχιστοποιούμε την επίδραση των τυχαίων σφαλμάτων στο τελικό αποτέλεσμα.

(3 μόρια)

Δ.4.



(1 μόριο)

Δ.4.1. Τα πειραματικά σημεία (t, x) διατάσσονται με πολύ καλή ακρίβεια γύρω από μια ευθεία γραμμή, η οποία ως γνωστό έχει σταθερή κλίση. Αλλά στο διάγραμμα $x = f(t)$ η κλίση ισούται με την ταχύτητα. Συνεπώς η κίνηση είναι ευθύγραμμη και ομαλή.

(2 μόρια)

Δ.4.2. $\upsilon = \dfrac{\Delta y}{\Delta t} = \dfrac{9{,}8cm}{3{,}2s} = 3{,}1cm/s$ (μετά από στρογγυλοποίηση)

(1 μόριο)

$\bar{\upsilon} = 3{,}1cm/s$ (μετά από στρογγυλοποίηση)

(1 μόριο)

Η σύμπτωση των δύο τιμών μπορεί να είναι εξαιρετική. Σφάλματα μπορεί να υπάρξουν λόγω της σχεδίασης της καλύτερης ευθείας και της επιλογής των σημείων στην γραφική παράσταση για τον υπολογισμό της κλίσης.

(2 μόρια)

Δ.5.1. Είναι $\sum F = m\alpha \Rightarrow W - k\upsilon = m\alpha$

Αρχικά η ταχύτητα είναι πολύ μικρή, άρα η κίνηση είναι επιταχυνόμενη. Όσο η ταχύτητα μεγαλώνει, τόσο μικραίνει η επιτάχυνση. Όταν $\alpha = 0$ παύει η επιταχυνόμενη κίνηση, η ταχύτητα σταθεροποιείται και η κίνηση μετατρέπεται σε ομαλή.

(2 μόρια)

Δ.5.2. Η σταθερή ταχύτητα είναι $\upsilon = 3{,}1cm/s$ ή $0{,}031m/s$ και η μπίλια την αποκτάει όταν $\alpha = 0$, δηλαδή όταν $W = k\upsilon$, απ' όπου προκύπτει ότι $k = 0{,}048\ kg/s$.

(2 μόρια)

Κατανομή μονάδων

1ο ΘΕΜΑ: 25 μόρια

2ο ΘΕΜΑ
Β.1.: 10 μόρια
Β.2.: 7 μόρια
Β.3.: 8 μόρια

3ο ΘΕΜΑ: 25 μόρια

4ο ΘΕΜΑ
Δ.1.: 3 μόρια
Δ.2.: 4 μόρια
Δ.3.: 7 μόρια
Δ.4.: 7 μόρια
Δ.5.: 4 μόρια