ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2022 - Γ΄ Τάξη

18/3/2022

Αγαπητές μαθήτριες / αγαπητοί μαθητές,

Για άλλη μια χρονιά, παρά τις δυσκολίες λόγω της πανδημίας, δείχνετε το ενδιαφέρον σας για τον κόσμο και τους νόμους που τον διέπουν, συμμετέχοντας στον Πανελλήνιο Διαγωνισμό Φυσικής "Αριστοτέλης 2022". Με την κίνησή σας αυτή γίνεστε μέλη μιας παγκόσμιας κοινότητας νέων ανθρώπων που, επιθυμώντας να οξύνουν την ικανότητά τους λογικής ανάλυσης, ασχολούνται με την επιστήμη της φυσικής και λαμβάνουν μέρος σε αντίστοιχους εθνικούς διαγωνισμούς, μελετώντας προβλήματα και πειραματικές διατάξεις που αναφέρονται τόσο σε εξιδανικευμένες ή/και απλοποιημένες διατάξεις, όσο και ρεαλιστικές καταστάσεις που ανέκυψαν κατά την επιστημονική έρευνα.
Από την πλευρά μας, θεωρούμε αξιοσημείωτο το γεγονός ότι πολλοί μαθητές και μαθήτριες βρίσκουν την ενασχόληση με τις θετικές επιστήμες ενδιαφέρουσα, χρήσιμη και ευχάριστη πνευματική δραστηριότητα. Πέρα από την όποια διάκριση, η έμπρακτη αναγνώριση της αξίας της επιστήμης δεν μπορεί παρά να γεννά ελπίδες για το μέλλον του κόσμου που ζούμε.
Με την ευχή ότι θα χρησιμοποιήσετε τις γνώσεις, την ευστροφία, την επινοητικότητα και τις αναλυτικές σας ικανότητες στον μέγιστο δυνατό βαθμό, αναμένουμε τις ενδιαφέρουσες ιδέες σας επί των θεωρητικών και πειραματικών ζητημάτων που σε λίγο θα διαπραγματευτείτε.

η Επιστημονική και Οργανωτική Επιτροπή

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις.
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του ***Φύλλου Απαντήσεων***.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το φύλλο απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
5. Τα ονομαστικά στοιχεία θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^{Ο} ΘΕΜΑ

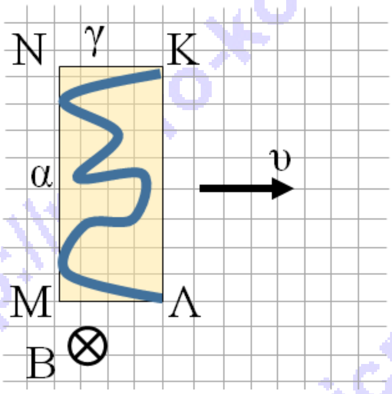
Ένα υλικό σημείο εκτελεί δύο γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις, η πρώτη εξελίσσεται κατά την διεύθυνση του άξονα x΄x με εξίσωση $x = A_1 \eta\mu\omega t$ και η δεύτερη κατά μήκος του άξονα y΄y με εξίσωση $y = A_2\eta\mu(\omega t + \varphi)$. Με βάση την εξίσωση της τροχιάς, να σχεδιάσετε στο Φύλλο Απαντήσεων την τροχιά του υλικού σημείου και να υπολογίσετε την απόσταση $(K\Lambda)$ μεταξύ των ακραίων θέσεών του όταν:

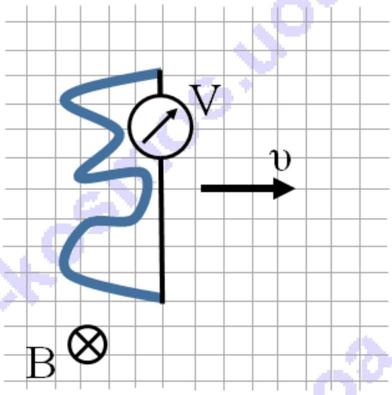
Α.1. $A_2 = A_1$ και $\varphi = 0$, **Α.2.** $A_2 = A_1$ και $\varphi = \pi$, **Α.3.** $A_2 = 2A_1$ και $\varphi = \pi$,

2^{Ο} ΘΕΜΑ

Το μεταλλικό αντικείμενο του σχήματος (βλ. επόμενη σελίδα) κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι κάθετες στο επίπεδο του αντικειμένου. Ο φορέας της ταχύτητας υ βρίσκεται στο επίπεδο του αντικειμένου. Το περιγεγραμμένο παραλληλόγραμμο έχει διαστάσεις $(MN) = \alpha$ και $(M\Lambda) = \gamma$.

Β.1. Στο φύλλο απαντήσεων να γράψετε την έκφραση της ΗΕΔ από επαγωγή $E_{επ}$ που αναπτύσσεται στα άκρα ΚΛ, συναρτήσει των φυσικών ποσοτήτων της εκφώνησης.

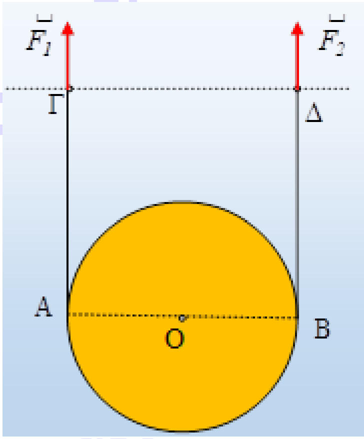




Β.2. Στα άκρα ΚΛ συνδέουμε βολτόμετρο (βλ. δεύτερο σχήμα) και θέτουμε το αντικείμενο σε κίνηση με στοιχεία όμοια με της προηγούμενης. Στο φύλλο απαντήσεων να γράψετε την ένδειξη V_V του οργάνου.

3ο ΘΕΜΑ

Δίσκος μάζας m=0,5kg, ακτίνας R=0,1m ισορροπεί σε κατακόρυφο επίπεδο όπως στο σχήμα, υπό την επίδραση των δυνάμεων F_1 και F_2. Τα άκρα Γ και Δ του νήματος βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή $t_0=0$ μεταβάλλουμε κατάλληλα τα μέτρα των δυνάμεων και παρατηρούμε πως τη στιγμή $t_1=3s$ το άκρο Γ ανέβηκε κατά $Δx_Γ=4,5m$, ενώ το άκρο Δ κατέβηκε κατά 9m. Τη στιγμή t_1 να υπολογίσετε:



Γ.1. τη μετατόπιση $Δx_o$ του κέντρου Ο του δίσκου.

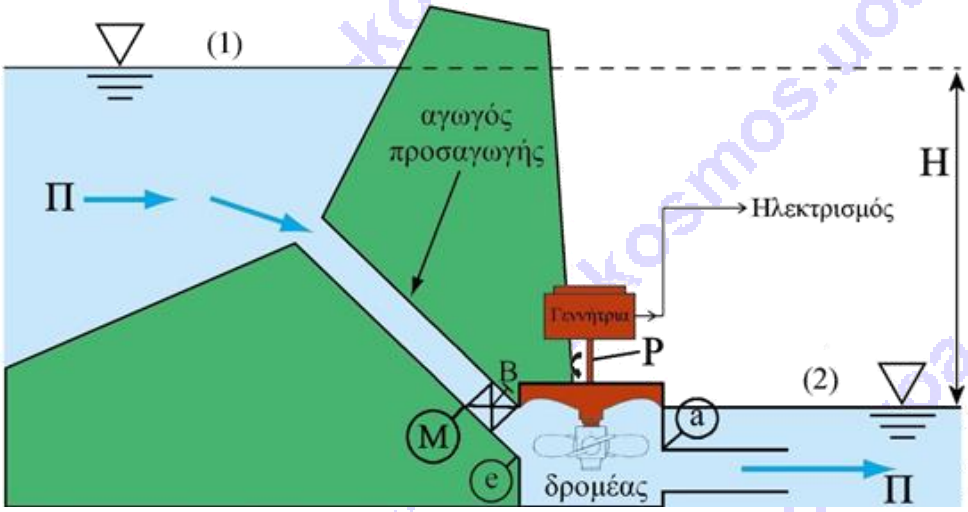
Γ.2. το ρυθμό μεταβολής $\frac{dL_o}{dt}$ της ιδιοστροφορμής του δίσκου.

Γ.3. την κινητική ενέργεια K του δίσκου

Δίνεται $F_1>F_2$, $w>F_1+F_2$, $g=10m/s^2$ και ροπή αδράνειας ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο του $I_o=½ mR^2$.

4ο ΘΕΜΑ

Υδροστρόβιλος (μηχανή που περιστρέφεται με την ενέργεια που λαμβάνει από την κίνηση του νερού) είναι τοποθετημένος σε μονάδα εγκατάστασης υδροηλεκτρικού φράγματος ποταμού που ρέει νερό θερμοκρασίας θ=15ºC ώστε να παράγεται ηλεκτρική ενέργεια μέσω του αγωγού προσαγωγής του σχήματος. Στην είσοδο του υδροστροβίλου **(e)**, η εγκατάσταση φέρει βάνα **(B)** που βρίσκεται στο ύψος της ελεύθερης στάθμης **(2)** του ποταμού μετά το φράγμα. Όταν η βάνα είναι πλήρως κλειστή τότε η πίεση ακριβώς πριν τη βάνα μετράται με μανόμετρο **(M)** ίση με **980.247 kPa** σε σχέση με αυτή του περιβάλλοντος. Στην είσοδο του υδροστροβίλου **(e)** και την έξοδό του **(a)**, η εγκατάσταση φέρει θερμόμετρα και μετράται η θερμοκρασιακή διαφορά του νερού **δθ=θ$_a$-θ$_e$=0.014 °C** που ρέει όταν η βάνα **(Β)** είναι πλήρως ανοιχτή. Η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά τη διέλευση του νερού



από το στρόβιλο λόγω ανατάραξης του νερού δίνεται από τη σχέση **δP=P$_i$-P=(m/t) C$_p$δθ**, όπου **P$_i$** η διαθέσιμη θεωρητικά υδραυλική ισχύς λόγω δυναμικής ενέργειας **U$_i$** όταν η βάνα είναι ακόμη κλειστή, **P** η παραγόμενη μηχανική ισχύς στον άξονα του υδροστροβίλου, **C$_p$=4185.5 J/(kgK)** ο συντελεστής ειδικής θερμότητας του νερού υπό σταθερή πίεση (εκφράζει τη θερμότητα που πρέπει να λάβει 1kg νερού χωρίς να αλλάζει η πίεση, προκειμένου να μεταβληθεί η θερμοκρασία του κατά 1 βαθμό) και m/t η παροχή μάζας του νερού στο στρόβιλο. Αν εκτός του στροβίλου η ροή είναι ιδανική και δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας **g=9.81m/s^2** καθώς και η πυκνότητα του νερού **ρ=999.23kg/m^3**, να υπολογιστούν:

Δ.1. Η υψομετρική διαφορά **H** μεταξύ των δύο σταθμών του ποταμού εκατέρωθεν του φράγματος, το οποίο αποτελεί και τη διαθέσιμη υδραυλική πτώση (ύψος πτώσεως).

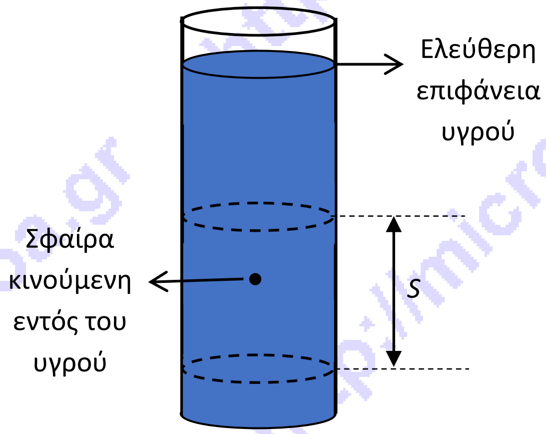
Δ.2. Ο λόγος **P/P$_i$** της παραγόμενης μηχανικής ισχύος στον άξονα του στροβίλου **P** προς τη διαθέσιμη θεωρητικά υδραυλική ισχύ **P$_i$**.

Δ.3. Η διακινούμενη παροχή όγκου **Π** στην εγκατάσταση όταν η παραγόμενη μηχανική ισχύς στον άξονα του υδροστροβίλου μετράται **P=100MW**.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ο συντελεστής ιξώδους ενός υγρού (η) σχετίζεται με την εσωτερική τριβή που αναπτύσσεται κατά τη ροή του υγρού αλλά και με την δύναμη της αντίστασης που εμφανίζεται σε ένα σώμα που κινείται εντός του υγρού. Ένας τρόπος προσδιορισμού του, είναι με τη μέτρηση του χρόνου που απαιτείται προκειμένου μικρές σφαίρες που πέφτουν εντός του υγρού να καλύψουν μια ορισμένη απόσταση S με σταθερή ταχύτητα.

Πιο συγκεκριμένα, ας υποθέσουμε ότι διαθέτουμε σφαίρες με πυκνότητα μεγαλύτερη από αυτή του υγρού του οποίου τον συντελεστή ιξώδους θέλουμε να μετρήσουμε. Σε ένα σωλήνα, αρκετά μεγάλου μήκους και με σχετικά μεγάλη διάμετρο, που είναι σχεδόν γεμάτος με το υγρό, αφήνουμε να πέσει μια τέτοια σφαίρα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Η σφαίρα θα δεχθεί τις δυνάμεις του βάρους ($W = mg$), της άνωσης (A) αλλά και της αντίστασης από το υγρό. Αυτή η τελευταία δύναμη, μπορεί να μοντελοποιηθεί, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, με τη βοήθεια του νόμου του Stokes μέσω της εξίσωσης $F_{αντίστασης} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \upsilon$, όπου η ο συντελεστής ιξώδους του υγρού, r η ακτίνα της σφαίρας και υ η στιγμιαία ταχύτητα κίνησης της σφαίρας εντός του υγρού.



Σχήμα 1: Η πειραματική διάταξη για την μέτρηση του συντελεστή ιξώδους ενός υγρού με τη μέθοδο της πτώσης των σφαιρών.

Ε.1. Να δείξετε ότι η μονάδα του συντελεστή του ιξώδους, στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων, είναι το 1 Pa·s.

Ε.2. Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που θα δεχθεί η σφαίρα καθώς κινείται εντός του υγρού, να εξηγήσετε στη συνέχεια γιατί κάποια στιγμή, η σφαίρα, θα αποκτήσει σταθερή ταχύτητα.

Ε.3. Σε ένα πείραμα σε μια σχολική τάξη, οι μαθητές μέτρησαν, με τη βοήθεια μικρομέτρου, τις διαμέτρους (d) δέκα όμοιων σφαιρών και κατέγραψαν τα αποτελέσματα στον πίνακα που ακολουθεί.

A/A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_i (mm)	3,99	3,98	3,99	3,96	3,95	3,95	3,94	3,97	3,95	4,02

Υπολογίστε τη μέση τιμή της διαμέτρου των σφαιρών ($\bar{d}$).

Ε.4. Στη συνέχεια οι μαθητές ζύγισαν και τις δέκα σφαίρες μαζί και βρήκαν ότι η συνολική τους μάζα ήταν $M_{ολικό} = 0{,}85$ g. Υπολογίστε τη μέση τιμή της μάζας ($\bar{m}$) της κάθε σφαίρας, καθώς και την πυκνότητά της ($\rho_{σφαίρας}$). Ο όγκος σφαίρας δίνεται από τη σχέση $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, όπου *r* η ακτίνα της σφαίρας.

Ε.5. Ολοκληρώνοντας το πείραμα, οι μαθητές άφηναν καθεμιά από τις σφαίρες να πέφτει διαδοχικά μέσα στο σωλήνα με το υγρό και μετρούσαν τον χρόνο (t) που απαιτούνταν για να διανύσει, η κάθε σφαίρα, μια απόσταση $S = 20$ cm (βλ. Σχήμα 1). Οι μετρήσεις που πήραν φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

A/A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i (s)	21,02	19,85	22,37	20,75	21,10	19,67	20,99	20,21	21,52	21,44

Να υπολογίσετε την μέση τιμή του χρόνου ($\bar{t}$) στον οποίο οι σφαίρες διανύουν την απόσταση S.

Για ποιο λόγο οι μαθητές μέτρησαν τον χρόνο, που απαιτείται για να καλύψει η σφαίρα το διάστημα *S*, αφού αυτή έχει ήδη κινηθεί για κάποια απόσταση εντός του υγρού (βλ. Σχήμα 1) και όχι απευθείας με την είσοδό της στο υγρό;

Ε.6. Μπορεί αν αποδειχθεί, θεωρώντας ότι οι σφαίρες αποκτούν σταθερή ταχύτητα, ότι ο συντελεστής ιξώδους του υγρού δίνεται από τη σχέση

$$\eta = \frac{g \cdot \bar{d}^2 \cdot \left(\rho_{σφαίρας} - \rho_{υγρού}\right) \cdot \bar{t}}{18 \cdot S}$$

Υπολογίστε τη μέση τιμή $\bar{\eta}$ του συντελεστή ιξώδους του υγρού, αν δίνεται ότι η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 9{,}81\, m/s^2$ και η πυκνότητα του υγρού $\rho_{υγρού} = 1{,}23\, g/cm^3$.

Καλή Επιτυχία

Επώνυμο: ……………………………………. Όνομα: …………………… Τάξη: …

Πατρώνυμο: ………………. Μητρώνυμο: …………………

Σχολείο: …………………….……………… Τηλέφωνο Σχολείου: ………………

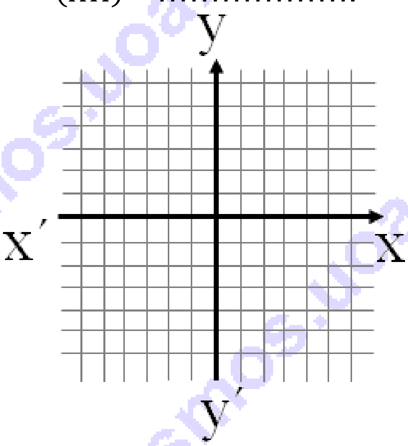
ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^{Ο} ΘΕΜΑ

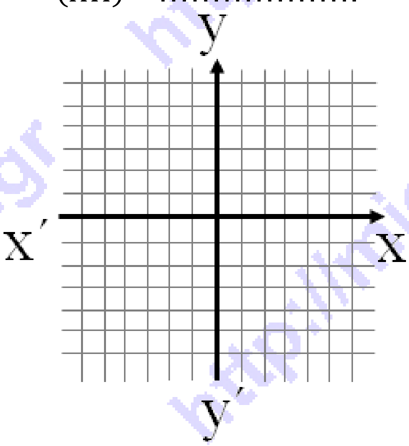
Α.1.

$(ΚΛ) =$………………



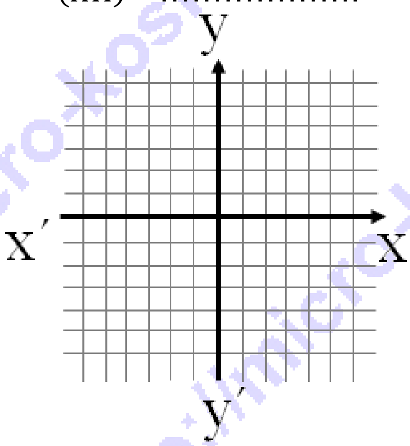
Α.2.

$(ΚΛ) =$………………



Α.3.

$(ΚΛ) =$………………



2^{Ο} ΘΕΜΑ

Β.1. $E_{επ} =$………………… , **Β.2.** $V_V =$…………………

3^{ο} ΘΕΜΑ

Γ.1. $Δx_o =$……………. , **Γ.2.** $\frac{dL_o}{dt} =$…………………… , **Γ.3.** $K =$……………………

4^{ο} ΘΕΜΑ

Δ.1. $H =$…………. , **Δ.2.** $\frac{P}{P_i} =$…………. , **Δ.3.** $Π =$………….

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ε.1. ....

....

....

....

Ε.2. ....

....

....

....

Ε.3. $\bar{d} =$.................. , **Ε.4.** $\bar{m} =$.................. $\rho_{\sigma\varphi\alpha í\rho\alpha\varsigma} =$.................. , **Ε.5.** $\bar{t} =$..................

....

....

....

Ε.6. $\bar{\eta} =$................

Συνοπτικές Απαντήσεις

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^{ο} ΘΕΜΑ

Η εξίσωση της τροχιάς προκύπτει με απαλοιφή του χρόνου από τις εξισώσεις των συνιστωσών κινήσεων (τις οποίες ονομάζουμε και παραμετρικές με παράμετρο τον χρόνο t):

$$x = A_1 ημωt$$
$$y = A_2 ημ(ωt + φ)$$

Α.1. Στην περίπτωση αυτή έχουμε:

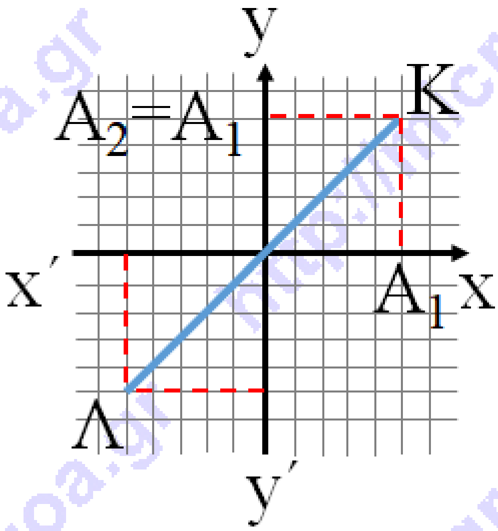
$$x = A_1 ημωt$$
$$y = A_1 ημωt$$

Με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$$y = x$$

Συνεπώς, η τροχιά είναι τμήμα της διχοτόμου της γωνίας των αξόνων που διέρχεται από το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. Συγκεκριμένα, η τροχιά είναι το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ (βλ. σχ.) με μήκος

$$(ΚΛ) = 2\sqrt{2}A_1$$



Α.2. Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

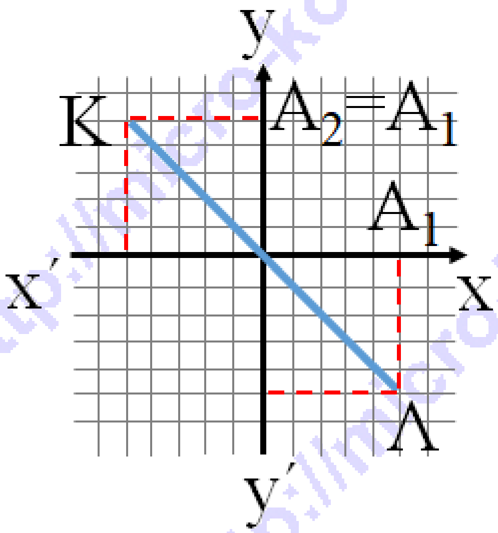
$$x = A_1 ημωt$$
$$y = A_1 ημ(ωt + π) = -A_1 ημωt$$

Με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$$y = -x$$

Συνεπώς, η τροχιά είναι τμήμα της διχοτόμου της γωνίας των αξόνων που διέρχεται από το δεύτερο και το τέταρτο τεταρτημόριο, δηλ. το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ (βλ. σχ.) με μήκος

$$(ΚΛ) = 2\sqrt{2}A_1$$



Α.2. Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

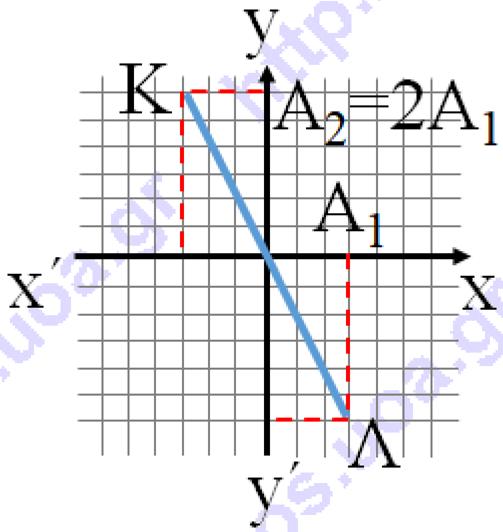
$$x = A_1 \eta\mu\omega t$$
$$y = A_2 \eta\mu(\omega t + \pi) = -A_2 \eta\mu\omega t$$

Με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$$y = -2x$$

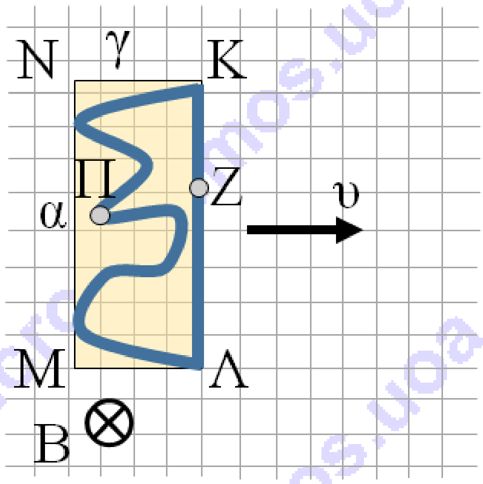
Συνεπώς, η τροχιά είναι τμήμα της διχοτόμου της γωνίας των αξόνων που διέρχεται από το δεύτερο και το τέταρτο τεταρτημόριο, δηλ. το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ (βλ. σχ.) με μήκος

$$(K\Lambda) = 2\sqrt{5}A_1$$



2$^{\text{Ο}}$ ΘΕΜΑ

Β.1. Κατά την κίνησή του, το μεταλλικό αντικείμενο αποκόπτει τόσες δυναμικές γραμμές, όσες θα απέκοπτε ένας ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ. Μπορούμε να αποδείξουμε τον ισχυρισμό αυτό ενώνοντας τα άκρα Κ και Λ με ευθύγραμμο αγωγό (βλ. σχήμα).



Κατά την κίνησή του εντός του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, ο αγωγός ΚΠΛΖΚ διατηρεί σταθερό το εμβαδόν και τον προσανατολισμό του, δηλαδή δεν υπάρχει μεταβολή της ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που οριοθετεί. Συνεπώς η ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi}$ ισούται με 0. Όμως ισχύει:

$$E_{\varepsilon\pi} = E_{\varepsilon\pi,K\Pi M} + E_{\varepsilon\pi,\Lambda ZK} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = E_{\varepsilon\pi,K\Pi M} + B\alpha\upsilon \Rightarrow$$

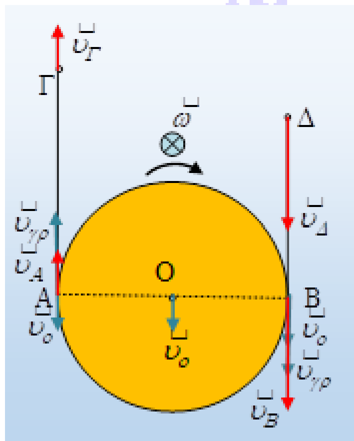
$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi,K\Pi M} = -B\alpha\upsilon$$

Το πρόσημο του αποτελέσματος δηλώνει ότι η πολικότητα του ΚΠΛ είναι αντίθετη της πολικότητας του ΚΖΛ. Με εφαρμογή του κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι το άκρο Κ του αντικειμένου είναι θετικά φορτισμένο και το Λ αρνητικά.

Β.2. Αν αντί για τον ΚΖΛ συνδέσουμε βολτόμετρο, και πάλι θα δημιουργείται πλαίσιο σταθερού εμβαδού, οπότε ισχύει ξανά ότι $E_{\varepsilon\pi} = 0$. Συνεπώς η ένδειξη του βολτομέτρου θα είναι μηδενική.

3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Εφόσον $F_1>F_2 \rightarrow F_1\cdot R>F_2\cdot R$ οπότε ο δίσκος αποκτά γωνιακή επιτάχυνση και στρέφεται κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού.



Επίσης $w>F_1+F_2 \rightarrow$ ο δίσκος αποκτά μεταφορική επιτάχυνση και το κέντρο του Ο κατεβαίνει.

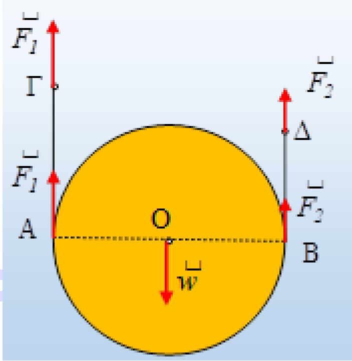
Ισχύει ότι:

$$\begin{cases} \upsilon_\Gamma = \upsilon_A = \omega R - \upsilon_o \\ \upsilon_\Delta = \upsilon_B = \omega R + \upsilon_o \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\upsilon_\Gamma}{dt} = R\dfrac{d\omega}{dt} - \dfrac{d\upsilon_o}{dt} \Rightarrow \alpha_\Gamma = \alpha_{\gamma\omega\nu}R - \alpha_o \quad (1) \\ \dfrac{d\upsilon_\Delta}{dt} = R\dfrac{d\omega}{dt} + \dfrac{d\upsilon_o}{dt} \Rightarrow \alpha_\Delta = \alpha_{\gamma\omega\nu}R\alpha_o \quad (2) \end{cases}$$

Από (1) και (2):

$$\alpha_\Gamma + \alpha_\Delta = 2\alpha_{\gamma\omega\nu}R \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_\Gamma + \alpha_\Delta}{2R} \qquad (3)$$

$$\Sigma F = w - F_1 - F_2 = ma_o \rightarrow a_o = \frac{w - F_1 - F_2}{m} = ct$$

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F_1R - F_2R = I_o a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{(F_1 - F_2)R}{I_o} = ct$$

(1) και (2) → Τα άκρα Γ, Δ κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις οπότε:

$$\Delta x_\Gamma = \frac{1}{2}\alpha_\Gamma t_1^2 \rightarrow 4{,}5 = \frac{1}{2}\alpha_\Gamma 3^2 \Rightarrow \alpha_\Gamma = 1m/s^2.$$

$$\Delta x_\Delta = \frac{1}{2}\alpha_\Delta t_1^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{2}\alpha_\Delta 3^2 \Rightarrow \alpha_\Delta = 2m/s^2.$$

$$(3) \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1+2}{2\cdot 0{,}1} rad/s^2 = 15 rad/s^2$$

$$(2)-(1) \Rightarrow a_\Delta - \alpha_\Gamma = 2\alpha_o \Rightarrow \alpha_o = \frac{a_\Delta - \alpha_\Gamma}{2} = \frac{2-1}{2} m/s^2 = 0{,}5 m/s^2.$$

Γ.1.

$$\Delta x_o = \frac{1}{2}a_o t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3^2 m = 2{,}25 m$$

Γ.2.

$$\frac{dL_o}{dt} = \Sigma\tau_{(o)} = I_o\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{2}mR^2\cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\frac{dL_o}{dt} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{100}\cdot 15\ kg\ m^2/s^2 = \frac{3}{80} kg\ m^2/s^2.$$

Γ.3.

$$\upsilon_o = \alpha_o\cdot t_1 \Rightarrow \upsilon_o = 1{,}5\ m/s$$

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t_1 \Rightarrow \omega = 45\ rad/s$$

$$K = K_{\mu\varepsilon\tau} + K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\cdot\omega^2 \Rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{4}J + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{100}\cdot 2025 J \Rightarrow K = \frac{99}{32}J$$

4ο ΘΕΜΑ

Δ.1. Όταν η βάνα είναι πλήρως κλειστή τότε το νερό ισορροπεί στον αγωγό προσαγωγής ο οποίος έχει επαφή με τον ανοιχτό και εκτεθειμένο στην ατμόσφαιρα ταμιευτήρα του νερού πριν το φράγμα. Η ισορροπία αυτή διαμορφώνει μια πίεση σε βάθος H που θα δίνεται από τη σχέση:

$$p=p_{at}+\rho gH \Rightarrow p-p_{at}=\rho gH \Rightarrow H=(p-p_{at})/\rho g \Rightarrow H=(980247\ \text{Pa})/(999.23\ \text{kg/m}^3\ 9.81\ \text{m/s}^2)$$

$$\Rightarrow H=100\text{m}$$

όπου $p-p_{at}$=980.247 kPa η ένδειξη του μανομέτρου με τη βάνα κλειστή.

Δ.2. Η διαθέσιμη υδραυλική ενέργεια του νερού μάζας m πριν ανοίξει η βάνα (B) είναι η δυναμική ενέργεια U_i=mgH, η οποία μετά το άνοιγμα της βάνας θα μετατρέπεται σε κινητική του νερού και σε θερμότητα κατά τη διέλευση του νερού από το στρόβιλο λόγω της ανατάραξής του, οπότε και θα έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας του νερού. Η υδραυλική ισχύς P_i (ideal) που μπορεί να διαθέτει θεωρητικά το νερό στο στρόβιλο σε ένα χρονικό διάστημα t θα είναι:

$$P_i=U_i/t \Rightarrow P_i= mgH/t$$

Διαιρούμε τη δοθείσα σχέση με την ανωτέρω κατά μέλη και προκύπτει:

$$\frac{P_i-P}{P_i}=\frac{\frac{m}{t}C_p\delta\theta}{\frac{m}{t}gH}\Rightarrow 1-\frac{P}{P_i}=\frac{C_p\delta\theta}{gH}\Rightarrow\frac{P}{P_i}=1-\frac{C_p\delta\theta}{gH}\Rightarrow\frac{P}{P_i}=1-\frac{4185.5\ {}^{J}\!/\!_{(kg\cdot K)}\times 0.014\ {}^{o}C}{9.81\ {}^{m}\!/\!_{s^2}\times 100m}$$

$$\Rightarrow\frac{P}{P_i}=0.94$$

Δ.3. Αντικαθιστώντας την P_i στο λόγο που βρήκαμε στο ερώτημα Δ.2. προηγουμένως προκύπτει:

$$\frac{P}{mgH/t}=0.94\xrightarrow{(\rho=m/V)}\frac{P}{\rho VgH/t}=0.94\xrightarrow{(\Pi=V/t)}\frac{P}{\rho\Pi gH}=0.94\Rightarrow\Pi=\frac{P}{0.94\rho gH}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Pi=\frac{100000000W}{0.94\times 999.23\ {}^{kg}\!/\!_{m^3}\times 9.81\ {}^{m}\!/\!_{s^2}\times 100m}\Rightarrow\Pi=108.53\ {}^{m^3}\!/\!_{s}$$

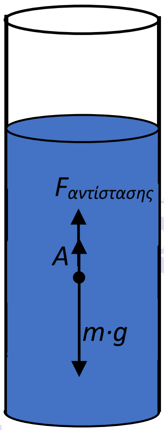
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ε.1. Επιλύοντας την εξίσωση που δίνει τη δύναμης της αντίστασης στην κίνηση έχουμε ότι

$$\eta=\frac{F_{αντίστασης}}{6\pi r v}$$

και αντικαθιστώντας τις μονάδες των μεγεθών, στο S.I., εύκολα προκύπτει ότι οι μονάδες του συντελεστή ιξώδους θα είναι $\frac{N}{m\cdot\frac{m}{s}} = \frac{N\cdot s}{m^2} = Pa \cdot s$.

Ε.2. Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα, καθώς κινείται μέσα στο υγρό, φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα. Τη στιγμή που η σφαίρα εισέρχεται στο υγρό έχει πολύ μικρή ταχύτητα, επομένως η δύναμη της αντίστασης είναι μικρή, άρα $mg > A + F_{αντίστασης}$, οπότε η σφαίρα κινείται επιταχυνόμενα. Όμως, ενώ η δύναμη του βάρους και η άνωση είναι σταθερές, η δύναμη της αντίστασης αυξάνεται καθώς εξαρτάται από την ταχύτητα. Κάποια στιγμή η ταχύτητα θα αποκτήσει τέτοια τιμή ώστε να ισχύει η συνθήκη $mg = A + F_{αντίστασης}$, οπότε τότε η επιτάχυνση θα μηδενιστεί και η σφαίρα θα ξεκινήσει ομαλή κίνηση.



Ε.3. Εύκολα προκύπτει ότι η μέση τιμή της διαμέτρου των σφαιρών είναι:

$$\bar{d} = \frac{d_1 + \cdots + d_{10}}{10} \Rightarrow \bar{d} = 3{,}97 \text{ mm}$$

Ε.4. Η μέση τιμή της μάζας της κάθε σφαίρας θα είναι:

$$\bar{m} = \frac{M_{ολικό}}{10} \Rightarrow \bar{m} = 0{,}085 \text{ g}$$

Με βάση το γεγονός ότι μια σφαίρα ακτίνας *r* έχει όγκο που δίνεται από τη σχέση

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \xRightarrow{r=d/2} V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$$

η πυκνότητα της σφαίρας προκύπτει:

$$\rho_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} = \frac{\bar{m}}{V} = \frac{6 \cdot \bar{m}}{\pi \cdot d^3} \Rightarrow \rho_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} = 2{,}59 \ \mathrm{g/cm^3}$$

Ε.5. Εύκολα προκύπτει ότι η μέση τιμή του χρόνου πτώσης των σφαιρών είναι:

$$\bar{t} = \frac{t_1 + \cdots + t_{10}}{10} \Rightarrow \bar{t} = 20{,}89 \ \mathrm{s}$$

Μετράμε το χρόνο αφού η σφαίρα έχει ήδη κινηθεί για κάποια απόσταση εντός του υγρού, προκειμένου να προλάβει να αποκτήσει σταθερή ταχύτητα.

Ε.6. Με βάση την τελική σχέση και τις τιμές που έχουν προκύψει στα προηγούμενα ερωτήματα, αφού γίνουν οι κατάλληλες μετατροπές μονάδων, η τιμή του συντελεστή ιξώδους προκύπτει να είναι:

$$\bar{\eta} = 1{,}22 \ \mathrm{Pa \cdot s}$$