ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2022 - Α′ Τάξη

18/3/2022

Αγαπητές μαθήτριες / αγαπητοί μαθητές,

Για άλλη μια χρονιά, παρά τις δυσκολίες λόγω της πανδημίας, δείχνετε το ενδιαφέρον σας για τον κόσμο και τους νόμους που τον διέπουν, συμμετέχοντας στον Πανελλήνιο Διαγωνισμό Φυσικής "Αριστοτέλης 2022". Με την κίνησή σας αυτή γίνεστε μέλη μιας παγκόσμιας κοινότητας νέων ανθρώπων που, επιθυμώντας να οξύνουν την ικανότητά τους λογικής ανάλυσης, ασχολούνται με την επιστήμη της φυσικής και λαμβάνουν μέρος σε αντίστοιχους εθνικούς διαγωνισμούς, μελετώντας προβλήματα και πειραματικές διατάξεις που αναφέρονται τόσο σε εξιδανικευμένες ή/και απλοποιημένες διατάξεις, όσο και ρεαλιστικές καταστάσεις που ανέκυψαν κατά την επιστημονική έρευνα.

Από την πλευρά μας, θεωρούμε αξιοσημείωτο το γεγονός ότι πολλοί μαθητές και μαθήτριες βρίσκουν την ενασχόληση με τις θετικές επιστήμες ενδιαφέρουσα, χρήσιμη και ευχάριστη πνευματική δραστηριότητα. Πέρα από την όποια διάκριση, η έμπρακτη αναγνώριση της αξίας της επιστήμης δεν μπορεί παρά να γεννά ελπίδες για το μέλλον του κόσμου που ζούμε.

Με την ευχή ότι θα χρησιμοποιήσετε τις γνώσεις, την ευστροφία, την επινοητικότητα και τις αναλυτικές σας ικανότητες στον μέγιστο δυνατό βαθμό, αναμένουμε τις ενδιαφέρουσες ιδέες σας επί των θεωρητικών και πειραματικών ζητημάτων που σε λίγο θα διαπραγματευτείτε.

η Επιστημονική και Οργανωτική Επιτροπή

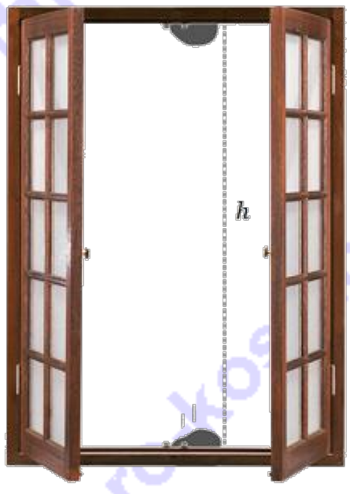
ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις.
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του ***Φύλλου Απαντήσεων***.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το φύλλο απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
5. Τα ονομαστικά στοιχεία θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

Μία πέτρα πέφτοντας χρειάζεται $0{,}3s$ για να περάσει μπροστά από ένα παράθυρο ύψους $h = 2m$ (βλ. σχ. 1). Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε την απόσταση H του σημείου από το οποίο αφέθηκε να πέσει η πέτρα έως την πάνω πλευρά του παραθύρου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 9{,}8\,\frac{m}{s^2}$.

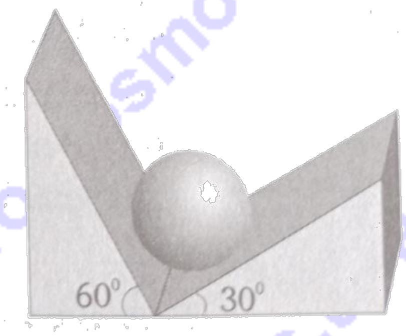


Σχ. 1: Στιγμιότυπα της πέτρας που, πέφτοντας, διέρχεται από την πάνω και την κάτω πλευρά του παραθύρου.

2ο ΘΕΜΑ

Η σφαίρα του σχ. 2 ισορροπεί ακουμπώντας στα λεία τοιχώματα που εικονίζονται. Το βάρος της είναι Β=40 Ν. Προκειμένου να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα από τα τοιχώματα, ακολουθούμε τον παρακάτω αλγόριθμο:

(ι) Επιλέγουμε κλίμακα για τη μέτρηση των δυνάμεων (π.χ. 1cm=10N). Με τη χρήση της κλίμακας σχεδιάζουμε με τον χάρακα τις ήδη γνωστές δυνάμεις.



Σχήμα 2

(ιι) Αναλύουμε ή συνθέτουμε τις υπόλοιπες έτσι, ώστε να ικανοποιείται ο νόμος του Newton που διέπει την κατάσταση της σφαίρας.

(ιιι) Για τους υπολογισμούς:

α. Μετρώντας τις άγνωστες δυνάμεις με τη βοήθεια του χάρακα και σύμφωνα με την κλίμακα, έχουμε μια προσεγγιστική λύση.

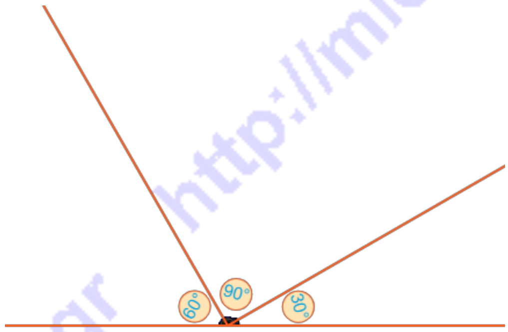
β. Χρησιμοποιώντας ορθογώνια τρίγωνα που έχουν γνωστές γωνίες, καθώς και τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών, έχουμε την ακριβή λύση.

Να προσδιορίσετε:

Β.1. κατά προσέγγιση τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}_{1,\pi\rho}$ και $\vec{N}_{2,\pi\rho}$ από τα τοιχώματα στη σφαίρα σε cm και σε N,

Β.2. τα ακριβή μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}_{1,\alpha\kappa\rho}$ και $\vec{N}_{2,\alpha\kappa\rho}$ από τα τοιχώματα στη σφαίρα,

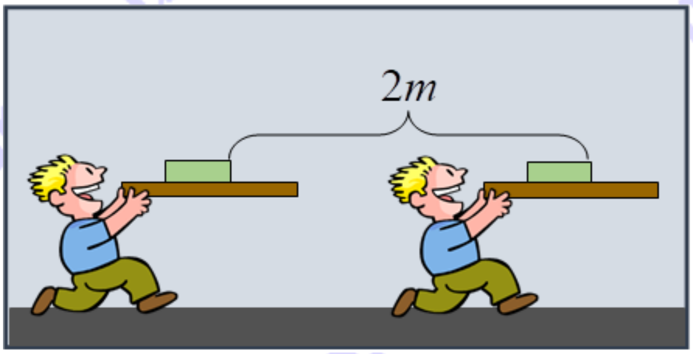
Β.3. την τιμή του βάρους του σώματος $B_{\mu\varepsilon\tau\rho.}$, χρησιμοποιώντας τις προσεγγιστικές τιμές των δυνάμεων που προέκυψαν από το βήμα 1). Υπολογίστε το ποσοστιαίο σφάλμα $\delta B_{\mu\varepsilon\tau\rho.}$ του προσεγγιστικού τρόπου στον υπολογισμό του βάρος της σφαίρας εφαρμόζοντας τον τύπο: $\frac{B_{\mu\varepsilon\tau\rho o\acute{\upsilon}\mu\varepsilon\nu o}-B}{B}100\%$.



Υπόδειξη: Για τον προσεγγιστικό υπολογισμό του ερωτήματος δίνεται το διπλανό σχήμα και συνιστάται η χρήση μολυβιού.

3ο ΘΕΜΑ

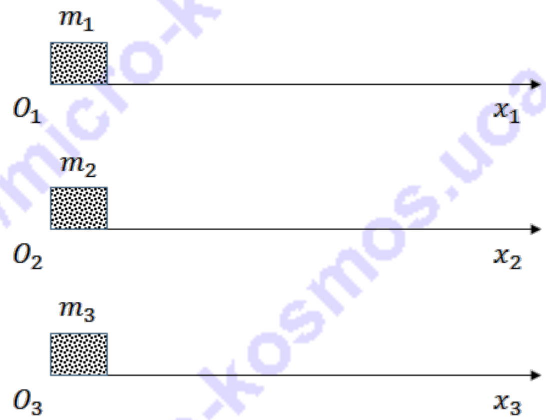
Ο νεαρός θέλει να μετακινήσει τη σανίδα που κρατάει ακριβώς 2m. Η σανίδα, που είναι αρχικά ακίνητη, πρέπει να παραμένει συνεχώς οριζόντια και στο τέλος της διαδρομής να ακινητοποιηθεί.



Επίσης, πρέπει το βιβλίο, που βρίσκεται πάνω στη σανίδα, να μην ολισθήσει κατά τη διάρκεια της κίνησης. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ σανίδας και βιβλίου είναι 0,2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται προσεγγιστικά ίση προς g = 10 m/s^2. Ποια είναι η ελάχιστη χρονική στιγμή t_1 που ολοκληρώνεται αυτή η μετακίνηση;

4ο ΘΕΜΑ

Τρία κινητά με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m_3 = m$ βρίσκονται ακίνητα στις θέσεις $x = 0$ των παράλληλων ημιαξόνων O_1x_1, O_2x_2 και O_3x_3 και μπορούν να κινούνται ανεξάρτητα καθένα από τα άλλα (βλ. σχ. 3).

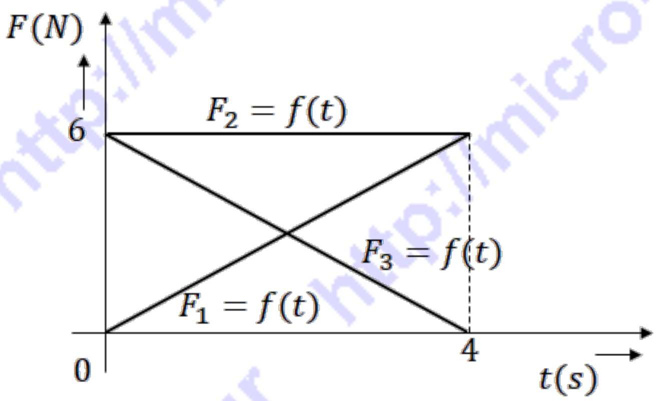


Σχ. 3: Τα κινητά τοποθετημένα στις αφετηρίες των ημιαξόνων κίνησής τους.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται στα κινητά δυνάμεις F_1, F_2 και F_3 αντίστοιχα, οι κατευθύνσεις των οποίων συμπίπτουν με τις κατευθύνσεις των ημιαξόνων. Τα μέτρα των δυνάμεων μεταβάλλονται όπως στο σχ. 4, μέχρι τη χρονική στιγμή t_α, οπότε οι δυνάμεις καταργούνται ταυτόχρονα.

Δ.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων $\upsilon_{1,\alpha}$, $\upsilon_{2,\alpha}$ και $\upsilon_{3,\alpha}$ των κινητών τη χρονική στιγμή t_α.

Δ.2. Χρησιμοποιώντας το τετραγωνισμένο χαρτί που θα βρείτε στο φύλλο απαντήσεων, να παραστήσετε γραφικά ως προς το χρόνο t τις ταχύτητες υ_1, υ_2 και υ_3 των τριών κινητών στο ίδιο σύστημα αξόνων $\upsilon - t$.



Σχ. 4: Η μεταβολή, σε συνάρτηση με το χρόνο, της δύναμης που δέχεται κάθε κινητό.

Δ.3. Να συγκρίνετε ποιοτικά τα μέτρα των θέσεων $x_{1,\alpha}$, $x_{2,\alpha}$ και $x_{3,\alpha}$ των τριών κινητών τη χρονική στιγμή t_α, αιτιολογώντας την επιλογή σας.

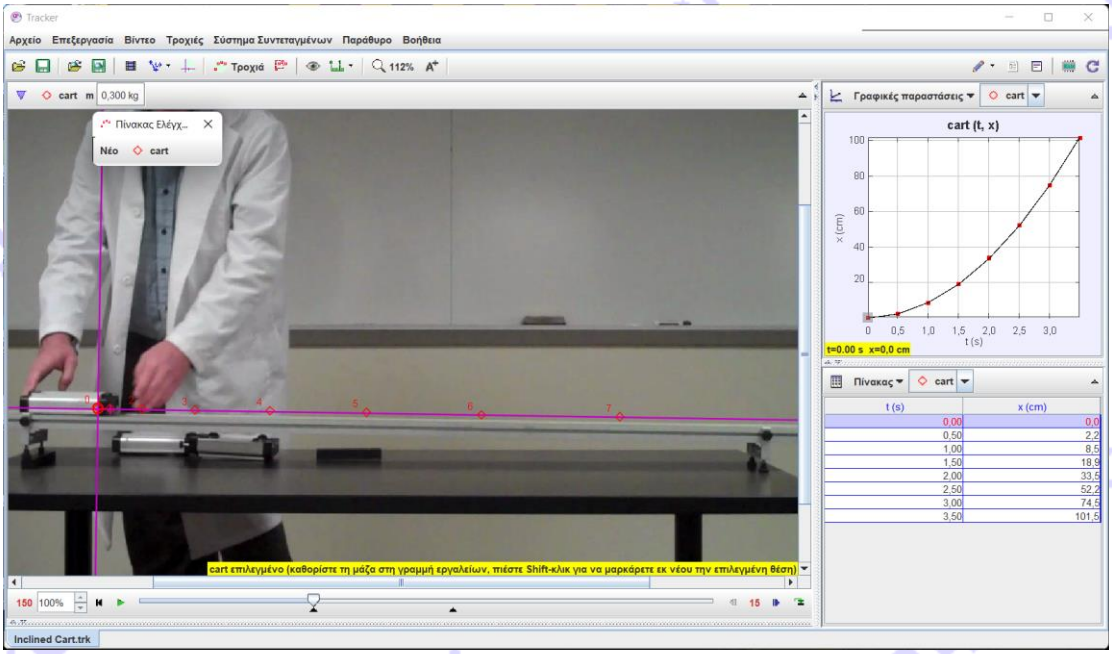
Δίνονται: $m = 2\,kg$, $F_2 = 6\,N$ και $t_a = 4\,s$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Η ανάλυση βίντεο είναι μια μοντέρνα πειραματική μέθοδος που συνίσταται στην εξαγωγή δεδομένων θέσης-χρόνου για ένα ή περισσότερα σώματα, των οποίων η κίνησή έχει καταγραφεί σε βίντεο. Απαιτούνται δύο βασικά βήματα:

1. Βαθμονόμηση του βίντεο: Καθορισμός δηλαδή της αναλογίας ανάμεσα σε μια απόσταση σε pixels στην οθόνη του υπολογιστή και της αντίστοιχης απόστασης στον πραγματικό κόσμο.
2. Ιχνηλασία του βίντεο: Σημείωση δηλαδή σε κάθε καρέ του βίντεο του ίχνους ενός υλικού σημείου προσαρμοσμένου σε συγκεκριμένο σημείο του κινούμενου σώματος.

Με το ελεύθερο λογισμικό ανάλυσης βίντεο Tracker ακολουθήσαμε αυτή τη διαδικασία για να μελετήσουμε την κίνηση ενός αμαξιδίου που αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί ευθύγραμμα πάνω σε κεκλιμένη επίπεδη σιδηροτροχιά.



Στο δεξιό τμήμα της φωτογραφίας φαίνεται ο πίνακας τιμών θέσης - χρόνου που αυτόματα συμπλήρωσε το Tracker για την κίνηση του αμαξιδίου, καθώς και η αντίστοιχη γραφική παράσταση. Τα πειραματικά δεδομένα φαίνονται και στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Τα πειραματικά δεδομένα από την ιχνηλασία του βίντεο

α/α	Χρόνος t (s)	Θέση x (cm)
1	0,0	0,0
2	0,5	2,2
3	1,0	8,5
4	1,5	18,9
5	2,0	33,5
6	2,5	52,2
7	3,0	74,5
8	3,5	101,5

Ε.1. Θεωρητικά προβλέπεται πως με την επίδραση σταθερής συνολικής δύναμης η κίνηση του αμαξιδίου θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

Ε.1.1. Να εξηγήσετε γιατί η γραφική παράσταση $x = f(t)$ που έχει σχεδιάσει το Tracker αποδεικνύει πέρα από κάθε αμφιβολία πως η κίνηση του αμαξιδίου ΔΕΝ είναι ομαλή.

Ε.1.2. Να εξηγήσετε γιατί στη συγκεκριμένη περίπτωση η γραφική παράσταση $x = f(t^2)$ αποτελεί ασφαλέστερο κριτήριο για την επιβεβαίωση της σταθερότητας της επιτάχυνσης του αμαξιδίου.

Ε.1.3. Να συμπληρώσετε στον Πίνακα 2 του Φύλλου απαντήσεων την στήλη με τα τετράγωνα των αντίστοιχων χρονικών στιγμών, να σχεδιάσετε στο χιλιοστομετρικό χαρτί τη γραφική παράσταση $x = f(t^2)$ για το αμαξίδιο και να υπολογίσετε τη σταθερή επιτάχυνση α της κίνησής του. Δώστε τις απαραίτητες εξηγήσεις. Το τελικό αποτέλεσμα να δοθεί σε cm/s^2 στρογγυλοποιημένο σε ένα δεκαδικό ψηφίο.

Ε.2. Να αποδείξετε πως στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η μέση ταχύτητα σε κάποιο χρονικό διάστημα ισούται με τη στιγμιαία ταχύτητα στο μέσο του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος.

Ε.3. Με τον τρόπο που περιγράφεται στο ερώτημα **Ε.2.** (ανεξάρτητα αν το αποδείξατε ή όχι) να υπολογίσετε την ταχύτητα (υ) του αμαξιδίου και να συμπληρώσετε τις τιμές στην αντίστοιχη στήλη του Πίνακα του Φύλλου Απαντήσεων. Στη συνέχεια να υπολογίσετε και να συμπληρώσετε (με ακρίβεια τεσσάρων δεκαδικών ψηφία) στον Πίνακα του Φύλλου Απαντήσεων τις μεταβολές (ΔE_M) της μηχανικής ενέργειας του αμαξιδίου από την αρχική του θέση μέχρι και τις διάφορες θέσεις από τις οποίες περνάει κατά την κίνησή του. Αφού αποδείξετε θεωρητικά πως η γραφική παράσταση $\Delta E_M = f(x)$ είναι ευθεία γραμμή να σχεδιάσετε την καλύτερη ευθεία προσαρμογής στα πειραματικά δεδομένα και να υπολογίσετε με τη βοήθειά της το συντελεστή τριβής μ του αμαξιδίου με τη σιδηροτροχιά.

Δίνεται η μάζα του αμαξιδίου **m = 0,3 kg**, η κλίση της κεκλιμένης σιδηροτροχιάς **θ=1,2°**, και **ημθ=0,0209**, **συνθ=0,9998**.

Με τον όρο μηχανική ενέργεια E_M ενός σώματος μάζας m (το οποίο θεωρείται ως υλικό σημείο) που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και κινείται με ταχύτητα υ, περιγράφουμε το άθροισμα της κινητικής K και της δυναμικής U ενέργειάς του, δηλ.

$$E_M = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgh$$

Καλή Επιτυχία

Επώνυμο: …………………………………… Όνομα: …………………… Τάξη: …

Πατρώνυμο: ………………. Μητρώνυμο: …………………

Σχολείο: …………………..………………. Τηλέφωνο Σχολείου: ………………

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ $H =$……………………..

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. $N_{1,\pi\rho} =$………… , $N_{2,\pi\rho} =$……….. **Β.2.** $N_{1,\alpha\kappa\rho} =$………… , $N_{2,\alpha\kappa\rho} =$…………

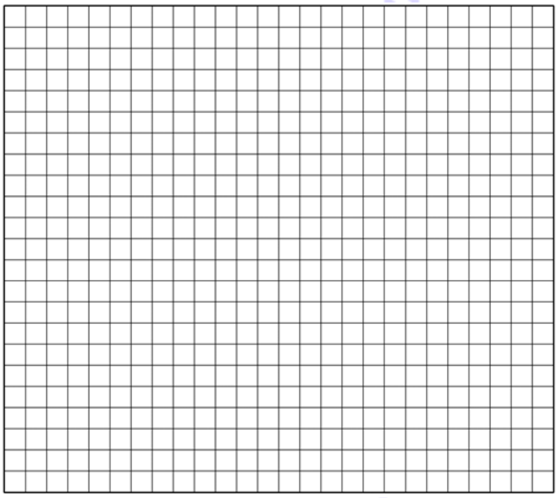
Β.3. $B_{\mu\varepsilon\tau\rho.} =$………… , $\delta B_{\mu\varepsilon\tau\rho.} =$…………

3ο ΘΕΜΑ $t_1 =$…………………………

4ο ΘΕΜΑ

Δ.1. $\upsilon_{1,\alpha} =$………………… , $\upsilon_{2,\alpha} =$………………… , $\upsilon_{3,\alpha} =$…………………

Δ.2.



Δ.3. Η (ποιοτική) σχέση των τελικών θέσεων είναι: ……………………………………………

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ:

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……

……

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ε.1.1. …………………………………………………………………………………………………..

……

……

……

Ε.1.2. …………………………………………………………………………………………………..

……

……

……

Ε.1.3.

α/α	t (s)	x (cm)	t^2 (s^2)	υ (cm/s)	ΔE_M (J)
1	0,0	0,0		0,0	
2	0,5	2,2			
3	1,0	8,5			
4	1,5	18,9			
5	2,0	33,5			
6	2,5	52,2			
7	3,0	74,5			
8	3,5	101,5		---	----

$\alpha =$…………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Ε.2. ΑΠΟΔΕΙΞΗ

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Ε.3. Θεωρητική απόδειξη ότι η γραφική παράσταση $\Delta E_M = f(x)$ είναι ευθεία γραμμή

……………………………………………………………………………………………………..

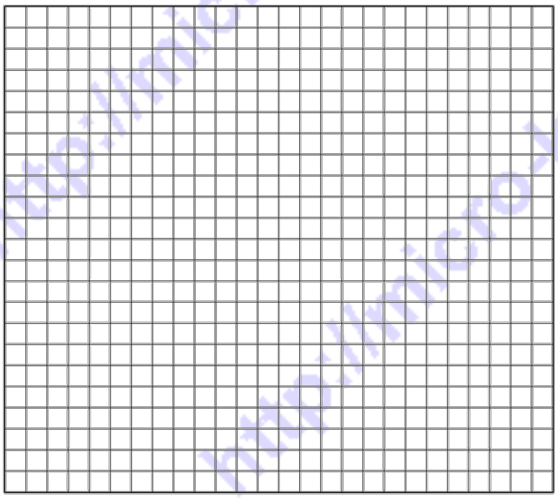
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………

………



$\mu =$………………..

Συνοπτικές Απαντήσεις

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

Έστω $υ_0$ η ταχύτητα της πέτρας τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το πάνω τμήμα του παραθύρου. Εάν *Δt* η χρονική διάρκεια της διέλευσης της πέτρας από το παράθυρο και Δy το ύψος του ισχύει:

$\Delta y = \upsilon_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2$, και με αντικατάσταση προκύπτει, $υ_0 \cong 5{,}2 m/s$. Η πέτρα εκτελεί ελεύθερη πτώση οπότε εφαρμόζοντας τις εξισώσεις για το τμήμα της κίνησης από το σημείο που αφέθηκε, έως το σημείο που διέρχεται από το πάνω τμήμα του παραθύρου, υπολογίζουμε:

$$\upsilon_o = g \cdot t, \text{ ή } t \cong 0{,}52 s$$

και

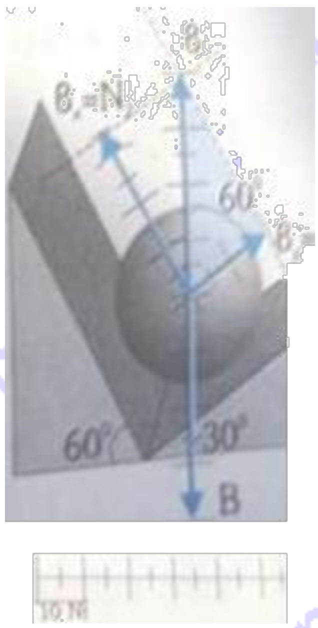
$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 1{,}35 m$$

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. Για τα μέτρα των δυνάμεων θα χρησιμοποιήσουμε την κλίμακα που φαίνεται στο σχήμα. Η γνωστή δύναμη είναι το βάρος Β. Για να ισορροπεί το σώμα, πρέπει η συνισταμένη των N_1, N_2 να είναι αντίθετη του Βάρους. Σχεδιάζουμε λοιπόν τη δύναμη β που είναι αντίθετη του βάρους (β = 4 N).

Οι N_1 και N_2 είναι οι συνιστώσες $β_y$ και $β_x$ που βρίσκουμε κατασκευάζοντας το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων.

Μετρούμε τη N_1, και βρίσκουμε το μέτρο της $N_{1,\pi\rho} \cong 20N$. Μετρούμε τη N_2 και βρίσκουμε το μέτρο της $N_{2,\pi\rho} \cong 35N$.



Β.2. Από το γραμμοσκιασμένο τρίγωνο έχουμε:

συν60=N_1/Β=1/2 , άρα $N_{1,\alpha\kappa\rho} = 20N$.

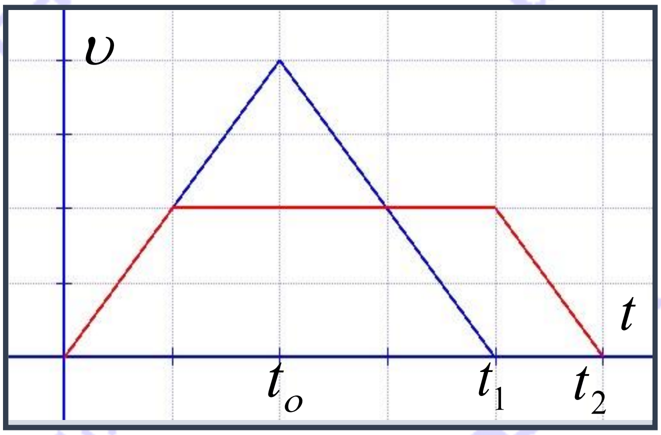
ημ60=N_2/Β=$\sqrt{3}$/2, άρα $N_{2,\alpha\kappa\rho} = 20\sqrt{3}N$.

Β.3. Από τις τιμές του ερωτήματος **Β.1.** υπολογίζουμε το $B_{\mu\varepsilon\tau\rho.} = \sqrt{{N_1}^2 + {N_2}^2} \cong 40{,}31N$.

Το σφάλμα, μέσω του τύπου που δίνεται στην εκφώνηση, είναι:

$$\delta B_{\mu\varepsilon\tau\rho.} = \frac{40{,}31 - 40}{40} 100\% = 0{,}78\%$$

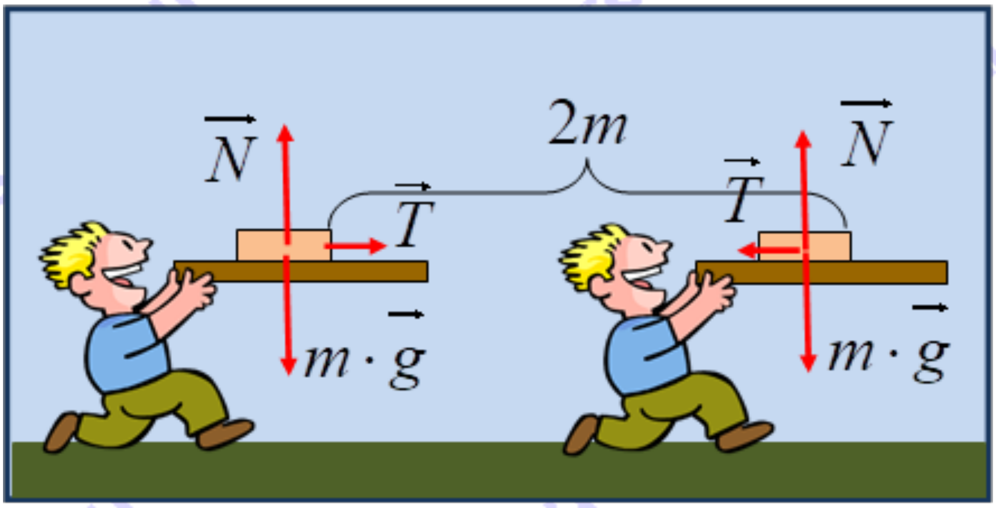
3ο ΘΕΜΑ



Ο νεαρός πρέπει αναγκαστικά να επιταχυνθεί αρχικά και να επιβραδυνθεί στη συνέχεια. Εφόσον το βιβλίο δεν θα ολισθήσει πάνω στη σανίδα, η τριβή που θα δέχεται από αυτήν θα είναι στατική. Επειδή δεν δέχεται άλλη δύναμη στην οριζόντια διεύθυνση, η στατική τριβή θα είναι διαρκώς η συνισταμένη δύναμη. Για να πετύχει τον ελάχιστο χρόνο, η επιτάχυνση πρέπει να έχει το μεγαλύτερο μέτρο που μπορεί να πάρει. Δηλαδή η δύναμη τριβής να πάρει τη μεγαλύτερη τιμή της:

$T \le \mu \cdot N \Rightarrow T \le \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T = T_{o\rho} = \mu \cdot m \cdot g$

$$\Sigma F = T_{o\rho} = m a_{\max} \Rightarrow a_{\max} = \frac{T_{o\rho}}{m} \Rightarrow a_{\max} = \mu \cdot g = 2\frac{m}{s^2}$$



Το θέμα είναι αν θα παραμείνει για κάποιο διάστημα η κίνηση ευθύγραμμη και ομαλή ή αν την επιταχυνόμενη κίνηση θα ακολουθήσει άλλη επιβραδυνόμενη.
Ας το δούμε διαγραμματικά:
Τα δύο εμβαδά πρέπει να είναι ίσα.
Πρέπει αριθμητικά να είναι 2 m καθένα.
Όποιο και αν είναι το τραπέζιο $t_2 > t_1$.

Η καλύτερη επιλογή λοιπόν είναι να κινηθεί αρχικά με επιτάχυνση $2\frac{m}{s^2}$ και έπειτα με επιτάχυνση $-2\frac{m}{s^2}$.

Ο ελάχιστος χρόνος είναι ο t_1.
Το εμβαδόν του μπλε τριγώνου είναι 2 m.

Οι δύο καμπύλες έχουν κλίσεις με ίδια μέτρα. Οπότε η στιγμή της κορύφωσης της ταχύτητας είναι $t_o = \frac{t_1}{2}$.

Έτσι:

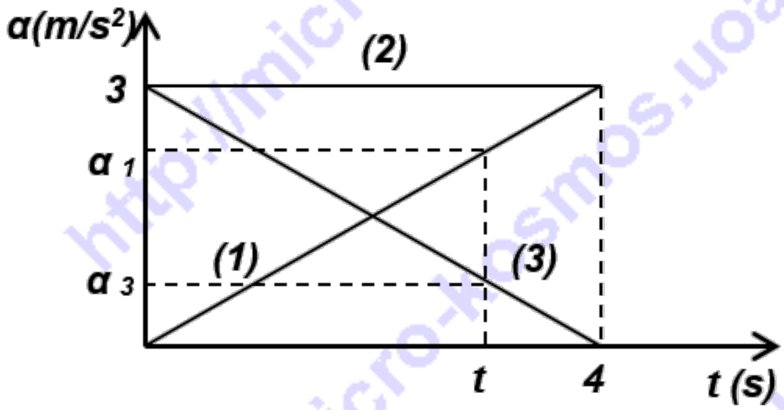
$$E = \frac{a t_o \cdot t_1}{2} \xrightarrow{t_o = \frac{t_1}{2}} E = \frac{a t_1^2}{4} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{4E}{a}} \Rightarrow t_1 = 2s$$

4ο ΘΕΜΑ

Δ.1. Σύμφωνα με το 2ο νόμο του Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ ή } \vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} \qquad (1)$$

και με δεδομένο ότι τα σώματα έχουν την ίδια μάζα, πραγματοποιούμε την γραφική παράσταση *α = f(t)* για τα τρία σώματα στο ίδιο σύστημα αξόνων, οπότε προκύπτει:



Όπως γνωρίζουμε, το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης *α = f(t)*, του άξονα των χρόνων και των κατακόρυφων που ορίζουν δύο χρονικές στιγμές είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας του σώματος μεταξύ αυτών των χρονικών στιγμών.

Επίσης, επειδή τα τρία σώματα έχουν μηδενική αρχική ταχύτητα ($υ_{1,0} = υ_{2,0} = υ_{3,0} = 0$), εύκολα προκύπτει ότι η τελική ταχύτητα κάθε σώματος ισούται με τη μεταβολή της ταχύτητας του από τη χρονική στιγμή *t = 0* έως τη χρονική στιγμή $t_α = 4s$, δηλαδή:

$$Δυ_1 = υ_{1,α} - υ_{1,0} = υ_{1,α}$$

$$Δυ_2 = υ_{2,α} - υ_{2,0} = υ_{2,α}$$

$$Δυ_3 = υ_{3,α} - υ_{3,0} = υ_{3,α}$$

όπου $υ_{1,α}$, $υ_{2,α}$ *και* $υ_{3,α}$ τα μέτρα των ταχυτήτων των κινητών (1), (2) και (3) τη χρονική στιγμή $t_α = 4s$. Υπολογίζοντας τα εμβαδά έχουμε,

$$υ_{1,α} = 6\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_{2,\alpha} = 12\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_{3,\alpha} = 6\frac{m}{s}$$

Δ.2. Σύμφωνα με τα στοιχεία της γραφικής παράστασης των μέτρων των τριών δυνάμεων ως προς το χρόνο (*F*$_{1,2,3}$ = *f(t)*) που δίνεται στην εκφώνηση προκύπτει:

Για το πρώτο σώμα βλέπουμε ότι η δύναμη μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο άρα ο τύπος της αντίστοιχης συνάρτησης είναι:

$$F_1 = b_1 \cdot t \quad (2)$$

όπου b_1 μια σταθερά με μονάδα μέτρησης N/s.

Η γενική μορφή της γραμμικής συνάρτησης είναι $y = bx + c$. Στην περίπτωση της F_1 όμως παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο (0,0), άρα $c = 0$.

Από τη γραφική παράσταση βλέπουμε ότι για $t = 4s$ είναι $F_1 = 6N$. Αντικαθιστώντας το ζεύγος τιμών στην (2) υπολογίζουμε την τιμή για τη σταθερά $b_1 = 1{,}5\ N/s$.

Για το δεύτερο σώμα έχουμε:

$$F_2 = 6N = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad (3)$$

Για το τρίτο σώμα ισχύει:

$$F_3 = b_3 \cdot t + c_3,\ (S.I) \qquad (4)$$

όπου b_3 σταθερά με μονάδα μέτρησης τα N/s και. c_3 σταθερά με μονάδα μέτρησης N.

Από τη γραφική παράσταση βλέπουμε ότι για $t = 0$ είναι $F_3 = 6N$, ενώ για $t = 4s$ αντιστοιχεί $F_3 = 0$. Αντικαθιστώντας τα δύο ζεύγη τιμών στην (4) και επιλύοντας το σύστημα υπολογίζουμε τις τιμές των σταθερών:

$$b_3 = -1{,}5\frac{N}{s}$$

$$c_3 = 6\ N$$

Αντικαθιστώντας τις (2), (3) και (4) στην (1), εξάγονται οι χρονικές εξισώσεις της επιτάχυνσης για το κάθε σώμα. Συγκεκριμένα:

Για το πρώτο σώμα:

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1{,}5 \cdot t}{2}\ (S.I.) \Rightarrow \alpha_1 = 0{,}75 \cdot t\ (S.I.),\ \text{για}\ 0 \le t \le 4s \qquad (5)$$

Αντίστοιχα για το δεύτερο σώμα:

$$\alpha_2 = 3m/s^2\ (S.I.),\ \text{για}\ 0 \le t \le 4s \qquad (6)$$

Και για το τρίτο:

$$\alpha_3 = 3 - 0{,}75 \cdot t\ \ (S.I.),\ \text{για}\ 0 \le t \le 4s \qquad (7)$$

Για μία τυχαία χρονική στιγμή t, για $0 \le t \le 4s$, μπορούμε από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης *α = f(t)* και του άξονα των χρόνων να υπολογίσουμε τις χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας για το κάθε σώμα. Συγκεκριμένα,

Για το πρώτο σώμα:

$$\upsilon_1 = \frac{\alpha_1 \cdot t}{2} = \frac{0{,}75 \cdot t^2}{2} = 0{,}375 \cdot t^2 \qquad (8)$$

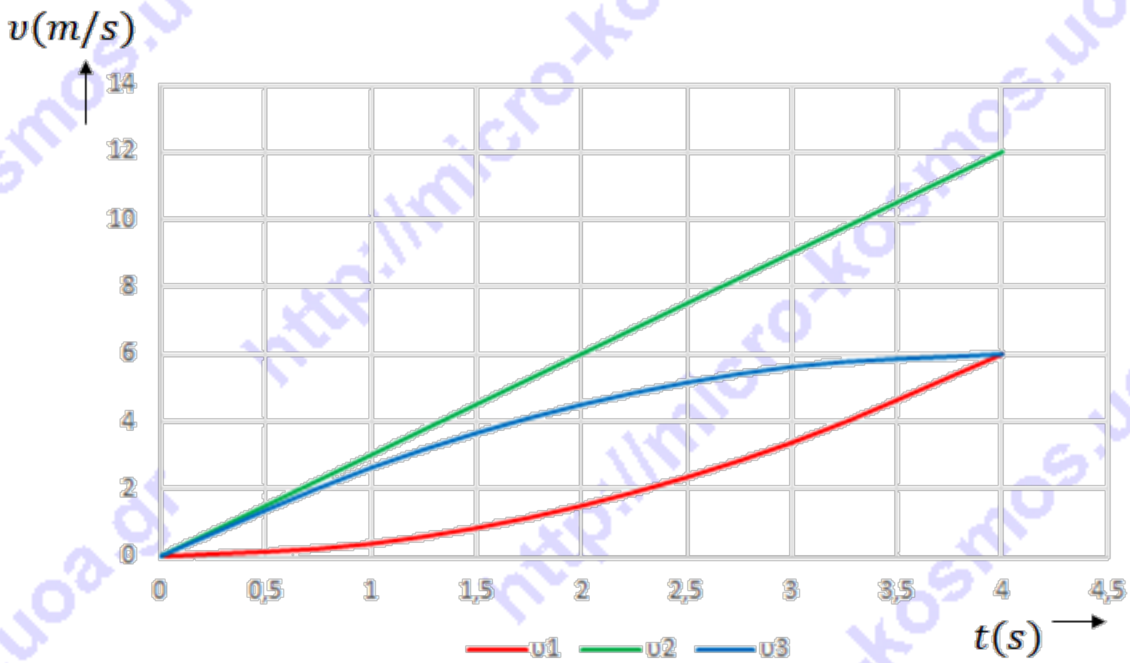
Για το δεύτερο σώμα:

$$\upsilon_2 = a_2 \cdot t = 3 \cdot t \qquad (9)$$

Για το τρίτο σώμα:

$$\upsilon_3 = \frac{(3+\alpha_3) \cdot t}{2} = \frac{(3+3-0{,}75 \cdot t) \cdot t}{2} = 3 \cdot t - 0{,}375 \cdot t^2 \qquad (10)$$

Σύμφωνα με τις (8), (9) και (10) πραγματοποιούμε τη ζητούμενη γραφική παράσταση *υ= f (t)* για τα τρία κινητά στο ίδιο σύστημα αξόνων.



Δ.3. Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης *υ = f(t),* του άξονα των χρόνων και δύο κατακόρυφων που αντιστοιχούν σε δύο χρονικές στιγμές, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της θέσης (μετατόπιση) του σώματος μεταξύ αυτών των δύο στιγμών. Επίσης, επειδή για τις αρχικές θέσεις ισχύει:

$$x_{1,o} = x_{2,o} = x_{3,o} = 0$$

προκύπτει ότι για τις μετατοπίσεις του κάθε σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_\alpha = 4s$:

$$\Delta x_1 = x_{1,\alpha} - x_{1,o} = x_{1,\alpha}$$

$$\Delta x_2 = x_{2,\alpha} - x_{2,o} = x_{2,\alpha}$$

και

$$\Delta x_3 = x_{3,\alpha} - x_{3,o} = x_{3,\alpha}$$

όπου $x_{1,\alpha}$, $x_{2,\alpha}$ *και* $x_{3,\alpha}$ οι θέσεις των τριών κινητών τη χρονική στιγμή $t_\alpha = 4s$. Άρα σύμφωνα με το διάγραμμα του ερωτήματος Γ.2., τη χρονική στιγμή $t_\alpha = 4s$:

$$x_{2,\alpha} > x_{3,\alpha} > x_{1,\alpha}$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ε.1.

i) Στην περίπτωση ευθύγραμμης ομαλής κίνησης η γραφική παράσταση x=f(t) είναι ευθεία γραμμή. Κάτι που προφανώς δε συμβαίνει στην κίνηση του αμαξιδίου.

ii) Σύμφωνα με την εκφώνηση το αμαξίδιο αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί, άρα έχει $υ_o=0$ και με βάση τα πειραματικά δεδομένα η αρχική του θέση είναι η $x_o=0$. Με αυτά τα δεδομένα η εξίσωση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του παίρνει τη μορφή:

$$x=\frac{1}{2}\alpha t^2$$

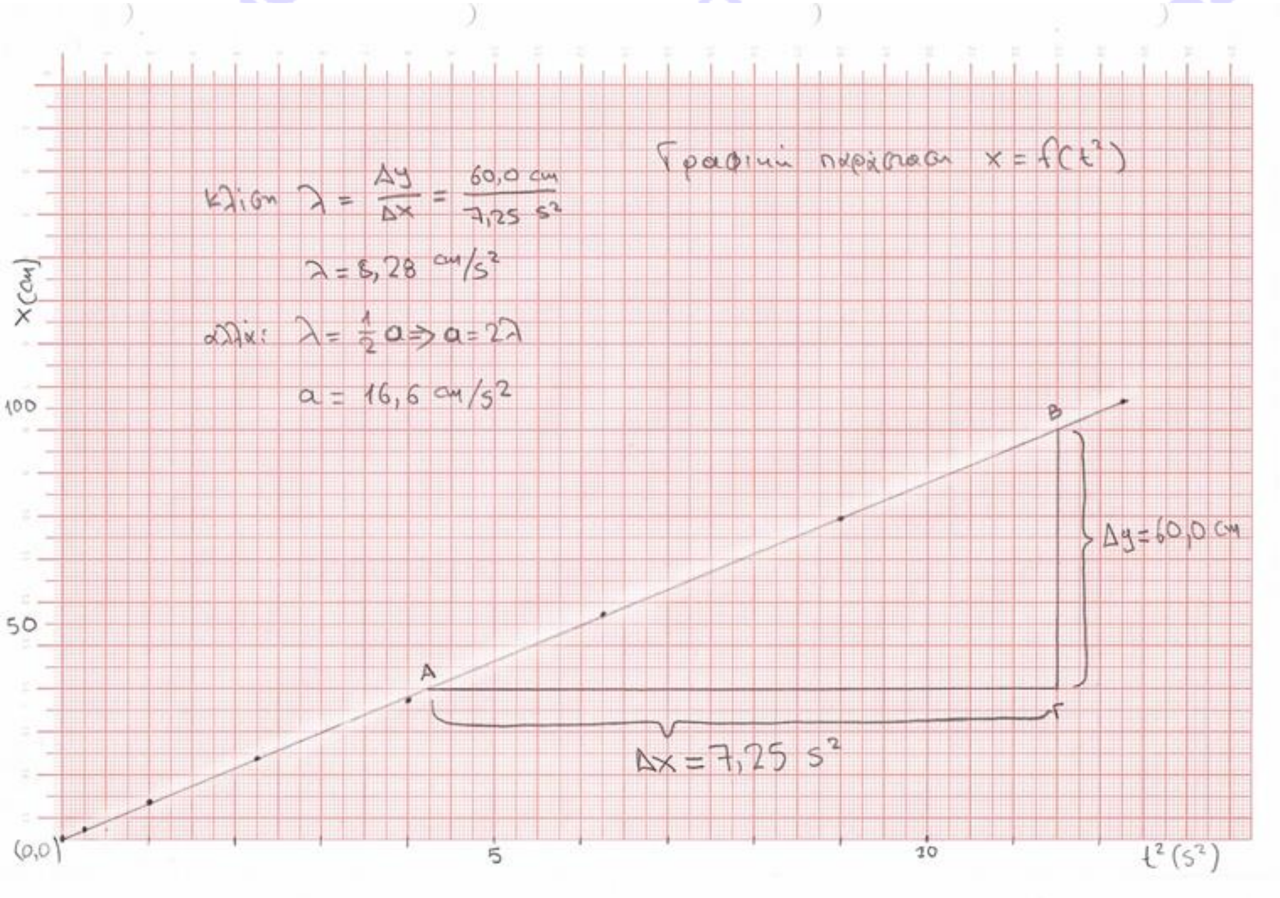
Αυτό σημαίνει πως η γραφική παράσταση x = f(t^2) είναι ευθεία γραμμή με κλίση $\lambda=\frac{1}{2}\alpha$.

Είναι προφανές πως είναι πολύ ευκολότερο να διαπιστώσουμε σε μια γραφική παράσταση (ακόμη και με απλή οπτική παρατήρηση) αν τα πειραματικά σημεία διατάσσονται γύρω από μια ευθεία γραμμή, παρά αν διατάσσονται γύρω από μια παραβολή. Άρα η γραμμικότητα της γραφικής παράστασης x = f(t^2) αποτελεί ασφαλέστερο -σε σχέση με την x = f(t)- κριτήριο για την επιβεβαίωση της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης του αμαξιδίου.

iii) Ο πίνακας τιμών παίρνει τη μορφή:

α/α	t (s)	x (cm)	t^2 (s^2)	υ (cm/s)	$ΔE_M$ (J)
1	0,00	0,0	0,00	0,0	
2	0,50	2,2	0,25		
3	1,00	8,5	1,00		
4	1,50	18,9	2,25		
5	2,00	33,5	4,00		
6	2,50	52,2	6,25		
7	3,00	74,5	9,00		
8	3,50	101,5	12,25	---	----

Στη γραφική παράσταση x = f(t^2) σχεδιάζουμε και την καλύτερη ευθεία προσαρμογής στα πειραματικά δεδομένα και υπολογίζουμε την κλίση της και από αυτή την επιτάχυνση της κίνησης.



Ε.2.

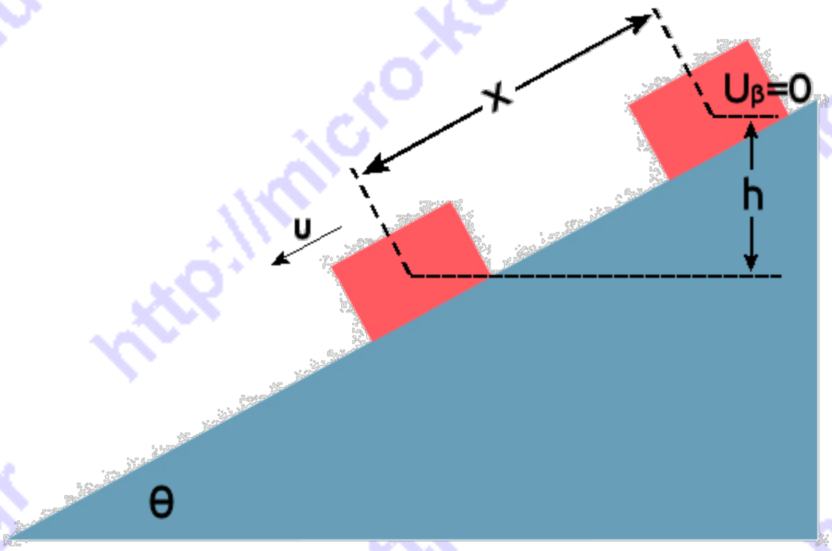
Είναι: $\upsilon_\mu = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\upsilon_o t_2 + \frac{1}{2}\alpha t_2^2 - \upsilon_o t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2}{t_2 - t_1}$, οπότε: $\upsilon_\mu = \dfrac{\upsilon_o (t_2 - t_1) + \frac{1}{2}\alpha (t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1}$

και τελικά: $\upsilon_\mu = \upsilon_o + \alpha \dfrac{(t_1 + t_2)}{2}$

Ε.3. Θέτουμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο που διέρχεται από την αρχική θέση του αμαξιδίου. Έτσι $E_{M,αρχική} = 0$. Και συνεπώς στην τυχαία θέση η μεταβολή μηχανικής ενέργειας είναι:

$$\Delta E_M = E_{M,τελική} - E_{M,αρχική} = E_{M,τελική} = K_{τελική} + U_{τελική} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 - mgh$$

όπου $h = x \cdot \eta\mu\theta$ η υψομετρική διαφορά μεταξύ των δύο θέσεων.



Συμπληρώνουμε τη σχετική στήλη στον Πίνακα τιμών.

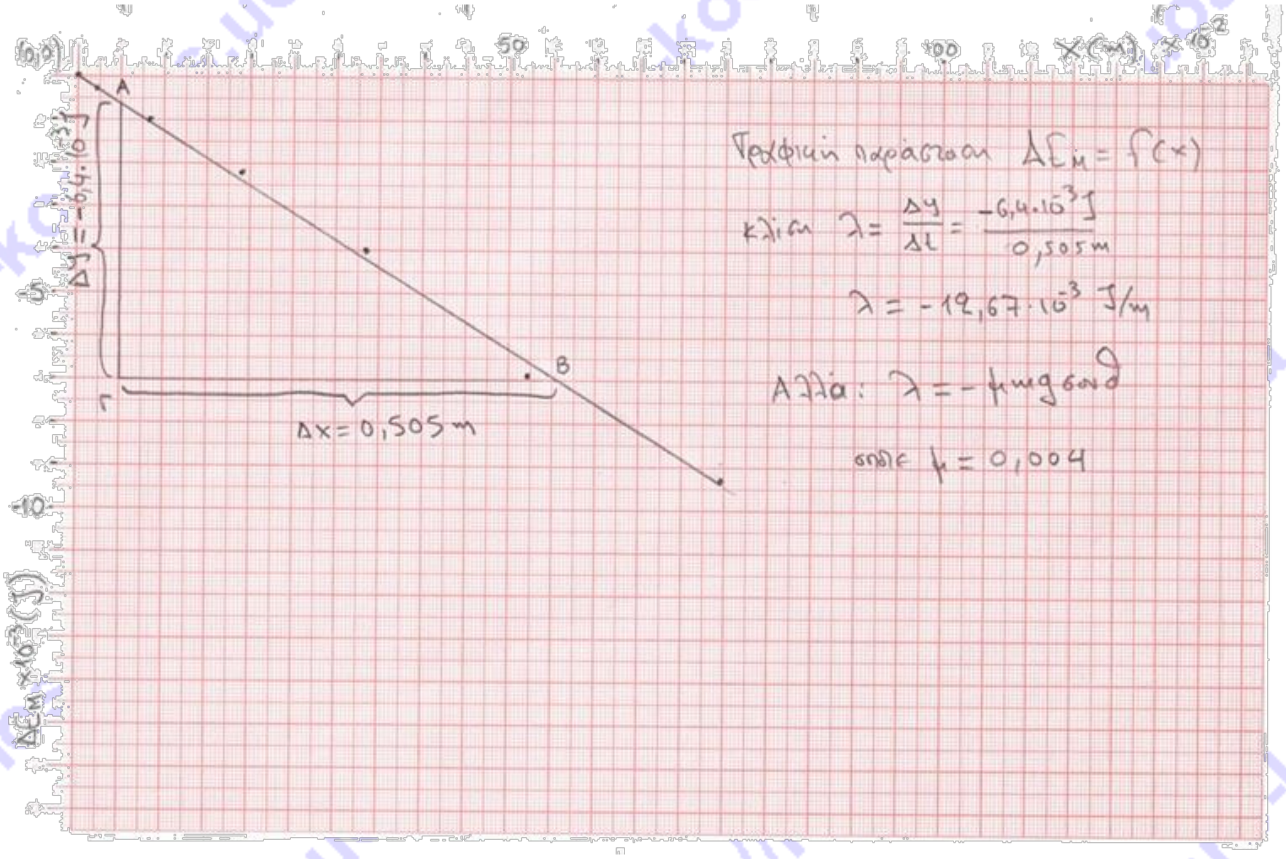
α/α	t (s)	x (cm)	t^2 (s^2)	υ (cm/s)	$ΔE_M$ (J)
1	0,00	0,0	0,00	0,0	0,0000
2	0,50	2,2	0,25	8,5	-0,0003
3	1,00	8,5	1,00	16,7	-0,0010
4	1,50	18,9	2,25	25,0	-0,0022
5	2,00	33,5	4,00	33,3	-0,0040
6	2,50	52,2	6,25	41,0	-0,0069
7	3,00	74,5	9,00	49,3	-0,0093
8	3,50	101,5	12,25	---	----

Αφού η μηχανική ενέργεια μειώνεται υπάρχει τριβή, για το έργο της οποίας ισχύει:

$$ΔE_M = W_T \quad ή \quad ΔE_M = -μmgxσυνθ$$

και συνεπώς η γραφική παράσταση $ΔE_M = f(x)$ είναι ευθεία γραμμή με κλίση $λ = -μmgσυνθ$.

Στη γραφική παράσταση $ΔE_M=f(x)$ σχεδιάζουμε και την καλύτερη ευθεία προσαρμογής στα πειραματικά δεδομένα, υπολογίζουμε την κλίση της και από αυτή το συντελεστή τριβής.


(0,0)
50
100
x (m) ×10^-2
ΔE_M ×10^-3 (J)
-5
-10
A
B
Γ
Δy = -6,4·10^-3 J
Δx = 0,505 m
Γραφική παράσταση ΔE_M = f(x)
κλίση λ = Δy/Δx = -6,4·10^-3 J / 0,505 m
λ = -12,67·10^-3 J/m
Αλλά: λ = -μmg συνθ
οπότε μ = 0,004

Οδηγίες βαθμολόγησης

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ (75 μόρια)

1^{O} ΘΕΜΑ: 10 μόρια

2^{O} ΘΕΜΑ
Β.1.: 6 μόρια
Β.2.: 3 μόρια
Β.3.: 6 μόρια

3^{O} ΘΕΜΑ: 25 μόρια

4^{O} ΘΕΜΑ (25 μόρια)
Δ.1.: 12 μόρια
Δ.2.: 8 μόρια
Δ.3.: 5 μόρια

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ (25 μόρια)

Ε.1.1.: 4 μόρια
Ε.1.2.: 4 μόρια
Ε.1.3.: 2+2 μόρια
Ε.2.: 4 μόρια
Ε.3.: 9 μόρια