



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019

Κωδικός Μαθητή: ΑΡΙΣΤ2019-.....

Κουτί (αριθμός):

Συνολικός βαθμός:

Q | E-1

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Οι απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα θα πρέπει να αναγραφούν στο Φύλλο Απαντήσεων (A | E-1) που θα σας δοθεί χωριστά από τις εκφωνήσεις.
2. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Τα υλικά αυτά θα παραδοθούν στο τέλος της εξέτασης μαζί με το Φύλλο Απαντήσεων και τις εκφωνήσεις.
3. Το γράφημα που ζητείται θα το σχεδιάσετε στο χιλιοστομετρικό χαρτί του θα σας δοθεί και θα το επισυνάψτε με το Φύλλο Απαντήσεων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ
Συνολικός χρόνος: 90 λεπτά

Θέμα: Εύρεση της σταθεράς K_{total} συστήματος δύο ελατηρίων σε τριγωνική ανάρτηση με τη δυναμική μέθοδο (μέθοδο της «ταλάντωσης»)

Η σχετική διάταξη αποτελείται από δύο ελατήρια το οποία έχουν αναρτηθεί από δύο σημεία οριζόντιας ράβδου και απέχουν σταθερή απόσταση $X=0,12m$. Στο άλλο τους άκρο τα δύο ελατήρια συνεννώνονται με τη βοήθεια ενός μικρού κρίκου όπου και αναρτώνται διάφορες μάζες.

Σύντομη Θεωρία: Ο νόμος του Hooke για ένα ιδανικό ελατήριο συνδέει την ασκούμενη δύναμη πάνω του με την επιμήκυνση που αυτή προκαλεί : $F=-kx$. Αν απομακρύνουμε ελαφρά από τη θέση ισορροπίας τη μάζα που έχει προκαλέσει την επιμήκυνση και την αφήσουμε ελεύθερη τότε η συνολικά (**ταλαντούμενη**) μάζα $m_{\text{ταλ}}$ θα προκαλέσει ταλάντωση την οποία για **πολύ μικρό** πλάτος ταλάντωσης την θεωρούμε αρμονική (ΑΤ). Επομένως η δύναμη F μια χρονική στιγμή t θα είναι

$$F = -kx = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{και} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad \text{όπου} \quad \omega^2 = k/m \quad \text{με λύση} \quad x(t) = A \cos(\omega t + \delta)$$

από όπου προκύπτει και η περίοδος T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2) \quad \text{και το ζητούμενο} \quad \bar{k} = (2\pi)^2 \bar{m} \frac{1}{T^2} \quad (3)$$

Στην διάταξη του Εργαστηρίου, για να βρείτε το K_{total} εφαρμόζετε την εξίσωση (3) πλην όμως η κινούσα δύναμη στο σύστημα των δύο ελατηρίων εξαρτάται από τη μάζα φόρτισης και τη γωνία ϕ που σχηματίζει κάθε ελατήριο με τη κατακόρυφη απομάκρυνση Y . Η γωνία αυτή μεταβάλλεται και εξαρτάται από τη συνολική μάζα που αναρτούμε στο κάτω μέρος του συστήματος των δύο ελατηρίων όπου τα έχουμε συνενώσει (βλέπε Σχήμα 1 και Φωτογραφίες 2,3). Επομένως θα μετρήσετε τη εκάστοτε περίοδο T_i της Αρμονικής Ταλάντωσης (ΑΤ) για αντίστοιχες ταλαντούμενες μάζες $m(\phi)_{\text{ταλαντούμενη}}$ και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3) θα υπολογίσετε τα K_{total} . Τις τιμές που προκύπτουν τις απεικονίζετε

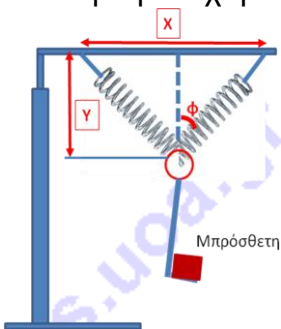


**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019**

σε κατάλληλο γράφημα $m(\varphi)_{\text{ταλαντούμενη}} = f(T^2)$. Η συνολικά ταλαντούμενη μάζα $m(\varphi)_{\text{ταλαντούμενη}}$ είναι το άθροισμα των $M_{\text{αναρτ}} + m_{\text{συστ.αναρτ}} + (1/3)m_{\text{δύο ελατηρίων}}$ (θεωρούμε τη προσέγγιση για το $(1/3)$ της μάζας των ελατηρίων στη συνολικά ταλαντούμενη μάζα) επί το $\cos\varphi$.

Πειραματική διάταξη (βλέπε Σχήμα 1 και Φωτογραφίες 1,2,3 και 4).

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μία βάση (B), μία ράβδο (P), ένα στέλεχος (Σ) με κοχλία (K), τα δύο ελατήρια (E₁ και E₂) που ενώνονται στα άκρα τους με μικρό κρίκο (KP), ένα σύστημα ανάρτησης μαζών (A), (πλαστικό ή μικρή πλατφόρμα), τις πρόσθετες μάζες (M), μια μετροταινία (MT), ένα ψηφιακό χρονόμετρο (XP) (βλέπε φωτογραφία 4), ένα κομπιουτεράκι χειρός (KO), γραφική ύλη αποτελούμενη από ένα μολύβι (MO), ένα στυλό (ΣΤ), ένα χάρακα (ΧΑ) μία γόμα (ΓΟ), και χαρτί Α4 (Α4) και χιλιοστομετρικό χαρτί (ΜΙΑ).



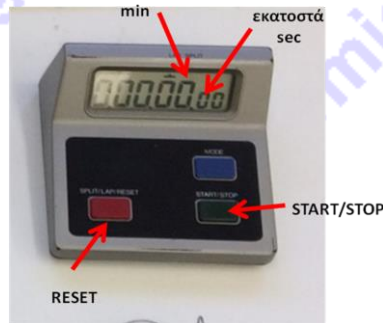
Σχήμα 1



Φωτογραφία 1



Φωτογραφίες 2, 3



Φωτογραφία 4

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ (3 στάδια: (Α) στήσιμο άσκησης, (Β) μετρήσεις και (Γ) επεξεργασία αυτών)
(Α) Το στήσιμο της πειραματικής διάταξης (προσμετράται ΚΑΙ ο χρόνος για το στήσιμο):

1. Με οδηγό κυρίως τις φωτογραφίες Φ2,3 φτιάξτε τη διάταξη μέτρησης, ξεκινώντας από τη βάση (B) στην οποία κατακόρυφα στηρίζετε **πολύ καλά** τη ράβδο (P). Στο **άνω** άκρο της ράβδου προσαρμόζετε το οριζόντιο στέλεχος (Σ) το οποίο φέρει στο ένα άκρο του το κοχλία (K). Το ελατήριο E₁ το στερεώνετε στο **αριστερό** άκρο του στελέχους Σ και το άλλο ελατήριο E₂, στο άλλο άκρο (**δεξιά**). Στο κάτω μέρος των 2 ελατηρίων που είναι συνενωμένα με τον κρίκο KP προσαρμόζετε το σύστημα ανάρτησης των μικρών μαζών (πλαστικό σύστημα ανάρτησης ή πλατφόρμα). Δίδεται επίσης και ψηφιακό χρονόμετρο (XP) με ακρίβεια ανάγνωσης το 0.01s. Το στήσιμο **ολοκληρώνεται** με την ανάρτηση της 1^{ης} μάζας $M_{\text{αναρτ}}=0,1 \text{ kg}$ (**3 μονάδες**)

(Β) Η λήψη των μετρήσεων (προσμετράται ΚΑΙ ο χρόνος λήψης):



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019

- Χρησιμοποιώντας τις τιμές που αναγράφονται σε κάθε κουτί για τη μάζα των 2 ελατηρίων, και τη μάζα του κρίκου με το σύστημα ανάρτησης μαζών (μικρό πλαστικό στέλεχος ή πλατφόρμα) βρίσκουμε τη συνολική μάζα ταλάντωσης $m_{\text{ταλαντ}}$ που θα είναι το άθροισμα της $M_{\text{αναρτ}} + M_{\text{συστημ αναρτ μαζών}} + 1/3(M_{\text{ελατηρίων}})$. Επίσης σας δίδεται η απόσταση X που απέχουν τα 2 σημεία ανάρτησης των ελατηρίων ίση προς $0,12\text{m}$.
- Μετρήσεις ταλάντωσης:** Αρχικά αναρτούμε στο σύστημα ελατηρίων τη **1^η μάζα των $0,1\text{kg}$** και απομακρύνουμε κατακόρυφα πολύ λίγο το σύστημα από τη θέση ισορροπίας (1-2 εκατοστά) αφήνοντας το στη συνέχεια να εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση.
- Μετρούμε με το χρονόμετρο ΧΡ το χρόνο 10 ταλαντώσεων και καταγράφουμε τη τιμή στο **Φύλλο Απαντήσεων (Α | Ε-1)** στον **Πίνακα 1** σαν ($10T_1$).
- Επαναλαμβάνουμε για την ίδια μάζα άλλες δύο φορές την ίδια μέτρηση συμπληρώνοντας αντίστοιχα τον **Πίνακα 1** ($10T_2$ και $10T_3$).
- Επιλέγεται **διαφορετική** συνολικά μεγαλύτερη μάζα και επαναλαμβάνεται τις μετρήσεις αντίστοιχα συμπληρώνοντας το Πίνακα 1 (**5 συνολικά διαφορετικές μάζες ανάρτησης με τις $0,2, 0,3, 0,4$ και $0,5\text{ kg}$ $M_{\text{πρόσθετες}}$**). **(4 μονάδες)**

(Γ) Η επεξεργασία των μετρήσεων :

- Με βάση τις τιμές των μετρήσεων σας, υπολογίζετε όλες τις ποσότητες που αναφέρονται στην κεφαλίδα κάθε μιας από τις υπόλοιπες στήλες του **Πίνακα 1** και τις συμπληρώνετε αντίστοιχα.

Συμβουλές για το σχεδιασμό ενός διαγράμματος:

- Πριν από την βαθμολόγηση των αξόνων, την αποτύπωση των σημείων και τη χάραξη της ευθείας, προσέξτε να έχετε λάβει υπόψη το **εύρος** μεταβολής των μεγεθών ώστε να καθορίσετε σωστά την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή **κάθε** άξονα. Έτσι, τα πειραματικά σημεία που θα απεικονιστούν να μην είναι συγκεντρωμένα σε μια μικρή περιοχή του διαγράμματος ούτε κάποιο/α σημείο/α να είναι ακροβολισμένα έξω από το διάγραμμα ή να πέφτουν ακριβώς επάνω σε κάποιο/α άξονα (πρέπει να ορίζουν μια ορθογώνια περιοχή περί το 80-90% της συνολικής ορθογώνιας επιφάνειας του διαγράμματος).
- Σε κάθε **άξονα να γράψετε το σύμβολο/όνομα** του μεγέθους (ποσότητας) που αναπαριστάται σε αυτόν.
- Δίπλα από το σύμβολο/όνομά του να γράψετε τη **μονάδα μέτρησης** του μεγέθους αυτού εντός παρένθεσης.
- Να ορίσετε τη **φορά αύξησης** της ποσότητας επί του άξονα τοποθετώντας ένα βελάκι κάτω ή δίπλα από τον άξονα.
- Τέλος, σε κάθε άξονα να σημειώσετε και αναγράψετε τις **βασικές αριθμητικές** υποδιαιρέσεις του (και όχι τις συντεταγμένες των σημείων) ώστε να είναι εύκολη η εκτίμηση και η εύρεση των συντεταγμένων των σημείων.
- Αποτυπώστε τα σημεία $(y_i, x_i) = (m(\varphi)_{\text{ταλαντ}}, T_i^2)$ στο παράδειγμα μας** σε διάγραμμα με τη βοήθεια του χιλιοστομετρικού χαρτιού (μιλιμετρέ) που δίδεται με το Φύλλο Απαντήσεων **Α|Ε-1**.

Καλή Επιτυχία



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019

A | E-1

Κωδικός Μαθητή: ΑΡΙΣΤ2019-.....

Κουτί (αριθμός):

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

1. Από τις μετρήσεις σας συμπληρώστε στον **Πίνακα 1** που ακολουθεί τις τιμές που περιέχει, όπου $\langle T_i \rangle$ και $\langle T_i \rangle^2$ είναι οι μέσες τιμές χρόνου ΜΙΑΣ περιόδου και χρόνου ΜΙΑΣ περιόδου στο τετράγωνο αντίστοιχα (1,5 μονάδα)

Πίνακας 1

$X=0,12m$, $m_{\text{ταλάντωσης}}=M_{\text{αναρτ}}+(1/3)m_{\text{ελατ}}+m_{\text{σουστ.αναρτ}}$, $m(\varphi)_{\text{ταλαντούμενη}}=m_{\text{ταλαντούμενη}} \cdot \cos\varphi$
Το Y μετρείται με κάθε πρόσθετη μάζα

#	$M_{i,\text{αναρτ}}$ (kg)	$m_{i,\text{ταλαν}}$ (kg)	Y_i (m)	$\cos\varphi_i=(Y)/\sqrt{(Y)^2+(X/2)^2}$	$m_{i,\text{ταλάντωσης}}(\varphi)=m_i \cos\varphi$ (kg)	$10 \cdot T_{1,i}$ (s)	$10 \cdot T_{2,i}$ (s)	$10 \cdot T_{3,i}$ (s)	$10 \langle T_i \rangle$ (s)	$\langle T_i \rangle$ (s)	$\langle T_i \rangle^2$ (s ²)
1	0,1										
2	0,2										
3	0,3										
4	0,4										
5	0,5										

2. Από την **εξίσωση (3)** υπολογίσατε τις τιμές του K_{total} για κάθε T_i^2 και συμπληρώστε το Πίνακα 2. (2,5 μονάδες)

Πίνακας 2

T_i^2 (s ²)	K_{total} (N/m)



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019

- Από τις τιμές του Πίνακα 2 απεικονήστε στο γράφημα $m(\varphi)_{\text{ταλάντωσης}}=f(T^2)$ τα πειραματικά σας σημεία με μικρές τελείες, στο χιλιοστομετρικό χαρτί που σας δίδεται ακολουθώντας τους κανόνες χάραξης γραφημάτων που δίδεται στο Φύλλο ερωτήσεων Q | E-1. (3 μονάδες)
- Εφαρμόζοντας τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων (ΜΕΤ) υπολογίσατε τη κλίση της ευθείας $m(\varphi)_{\text{ταλάντωσης}}=f(T^2)$ με βάση την εξίσωση 3, και από εκεί το $K_{\text{total,slope}}$. Συγκρίνατε τη τιμή $K_{\text{total,slope}}$ που βρήκατε με τις 5 διαφορετικές τιμές του K_{total} από το Πίνακα 2 και σχολιάστε. (4 μονάδες)
- Χαράξτε τη καμπύλη $m(\varphi)_{\text{ταλάντωσης}}=f(T^2)$ στο μιλιμετρέ. Σχολιάστε τη μορφή της. (1 μονάδα)
- Σχολιάστε ποιοτικά τι θα συμβεί στη τιμή του K_{total} στο όριο του $X \rightarrow 0$ (1 μονάδα)

Βοήθημα για τη ΜΕΤ:

Δίδονται για μια εξίσωση ευθείας της μορφής $Y=A+Bx$ ο τύπος υπολογισμού του A και της κλίσης B

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N (x_i y_i)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$

$$B = \frac{N \sum_{i=1}^N (x_i y_i) - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$

τα οποία υπολογίζονται με βάση το βοηθητικό Πίνακα 3 που ακολουθεί:

Πίνακας 3

N	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum x_i y_i$	$(\sum x_i)^2$	$D = N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019

A | E-1

Κωδικός Μαθητή: ΑΡΙΣΤ2019-.....

Κουτί (αριθμός):

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

3. Από τις μετρήσεις σας συμπληρώστε στον **Πίνακα 1** που ακολουθεί τις τιμές που περιέχει, όπου $\langle T_i \rangle$ και $\langle T_i \rangle^2$ είναι οι μέσες τιμές χρόνου **ΜΙΑΣ** περιόδου και χρόνου **ΜΙΑΣ** περιόδου στο **τετράγωνο αντίστοιχα** (1,5 μονάδα)

Πίνακας 1

$X=0,12\text{m}$, $m_{\text{ταλάντωσης}}=M_{\text{αναρτ}}+(1/3)m_{\text{ελατ}}+m_{\text{σουστ.αναρτ}}$, $m(\varphi)_{\text{ταλαντούμενη}}=m_{\text{ταλαντούμενη}} \cdot \cos\varphi$
Το Y μετρείται με κάθε πρόσθετη μάζα
 $M_{\text{ελατηρίων}}=0,1164\text{ kg}$ και $M_{\text{αναρτ}}=0,005\text{ kg}$

#	$M_{i,\text{αναρτ}}$ (kg)	$m_{i,\text{ταλαν}}$ (kg)	Y_i (m)	$\cos\varphi_i=(Y)/\sqrt{(Y)^2+(X/2)^2}$	$m_{i,\text{ταλάντωσης}}(\varphi)=m_i \cos\varphi$ (kg)	$10 \cdot T_{1,i}$ (s)	$10 \cdot T_{2,i}$ (s)	$10 \cdot T_{3,i}$ (s)	$10 \langle T_i \rangle$ (s)	$\langle T_i \rangle$ (s)	$\langle T_i \rangle^2$ (s ²)
1	0,1	0,1439	0,147	0,9258	0,1332	4,55	4,62	4,63	4,60	0,46	0,212
2	0,2	0,2439	0,184	0,9507	0,2319	6,37	6,35	6,34	6,353	0,6353	0,404
3	0,3	0,3439	0,229	0,9673	0,3327	7,43	7,52	7,52	7,49	0,749	0,561
4	0,4	0,4439	0,265	0,9753	0,4329	8,52	8,33	8,36	8,403	0,8403	0,706
5	0,5	0,5439	0,304	0,9811	0,5336	9,41	9,30	9,36	9,357	0,9357	0,875

4. Από την **εξίσωση (3)** υπολογίσατε τις τιμές του K_{total} για κάθε T_i^2 και συμπληρώστε το Πίνακα 2. (2,5 μονάδες)

Πίνακας 2

T_i^2 (s ²)	K_{total} (N/m)
0,212	24,83
0,404	22,66
0,561	23,39
0,706	24,18
0,875	24,04



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Γ' Λυκείου
Β' Φάση: Πειραματικό μέρος : 4/5/2019

7. Από τις τιμές του **Πίνακα 2** απεικονήστε στο γράφημα $m(\varphi)_{\text{ταλάντωσης}}=f(T^2)$ τα πειραματικά σας σημεία με μικρές τελείες, στο χιλιοστομετρικό χαρτί που σας δίδεται ακολουθώντας τους κανόνες χάραξης γραφημάτων που δίδεται στο Φύλλο ερωτήσεων Q | E-1. **(3 μονάδες)**
(βλέπε γράφημα από LoggerPro)
8. Εφαρμόζοντας τη **Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων (MET)** υπολογίσατε τη κλίση της ευθείας $m(\varphi)_{\text{ταλάντωσης}}=f(T^2)$ με βάση την εξίσωση 3, και από εκεί το $K_{\text{total,slope}}$. Συγκρίνατε τη τιμή $K_{\text{total,slope}}$ που βρήκατε με τις 5 διαφορετικές τιμές του K_{total} από το Πίνακα 2 και σχολιάστε. **(βλέπε γράφημα από LoggerPro)**
Η τιμή που βρίσκουμε από τη MET είναι υψηλότερη από το εύρος των 5 τιμών ($\langle K_{\text{total}} \rangle = 23,82$, $\text{sdev} = 0,82$ (μεμονωμένες μετρήσεις)) **(4 μονάδες)**
9. Χαράξτε τη καμπύλη $m(\varphi)_{\text{ταλάντωσης}}=f(T^2)$ στο μιλιμετρέ. Σχολιάστε τη μορφή της. Η μορφή από το τύπο (3) περιμένουμε να είναι γραμμική ($\text{slope} = 0,6139 \pm 0,0178$) και με μικρή αβεβαιότητα **(1 μονάδα)**
10. Σχολιάστε ποιοτικά τι θα συμβεί στη τιμή του K_{total} στο όριο του $X \rightarrow 0$. Στο όριο αυτό η γωνία $\varphi \rightarrow 0$ και το $\cos\varphi \rightarrow 1$ και τα 2 ελατήρια γίνονται παράλληλα, και επομένως το $K_{\text{total}} \rightarrow K_1 + K_2$ δηλαδή στο άθροισμα των K των δύο ελατηρίων που είναι γύρο στο 25,2N/m **(1 μονάδα)**

